PHYSIKALISCHE ZEITSCHRIFT

vereinigt mit dem

JAHRBUCH DER RADIOAKTIVITÄT UND ELEKTRONIK

Nr. 13 — 1. Juli 1934 — Redaktionsschluß für Nr. 15 am 14. Juli 1934. — 35. Jahrgang

INHALT:

Abhandlungen:

E. Lau und J. Johannesson, Das Optimum der Detailwiedergabe der photographischen Schichten. S. 505.

C. Weiß, Untersuchungen an natürlichen *H*-Strahlen. S. 508.

H. Hausen, Über die Begründung des zweiten Hauptsatzes der Thermodynamik durch Kreisprozesse. S. 517.

H. E. Meier, Über Demonstrationen mit sehr kurzen Schallwellen und Rückwirkung eines Schallfeldes auf seine Quelle. S. 524.

A. Papapetru, Zur Theorie der Wärmeleitung in Kristallen. S. 527.

H. Lorenz, Demonstration der „Trägheitskraft" an frei fallenden Dochtflammen. S. 529.

W. Seitz und K. Hamacher-Odenhausen, Untersuchungen über das Galtonbrett. S. 530.

Berichte:

G. Gamow, Über den heutigen Stand (20. Mai 1934) der Theorie des β-Zerfalls. S. 533.

Besprechungen:

A. Haas, Kosmologische Probleme der Physik. S. 542.

Handbuch der Experimental-Physik. Bd. XII, 2. Teil. S. 543.

O. Hassel, Kristallchemie. S. 544.

Die Heräus-Vakuumschmelze, Hanau a. M. 1923–1933. S. 544.

Nachrichten. S. 544.

ABHANDLUNGEN.

Das Optimum der Detailwiedergabe der photographischen Schichten.

Von E. Lau und J. Johannesson.

Mitteilung aus der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt.

Experimenteller Ausgangspunkt unserer Untersuchung ist folgende Erscheinung. Wir photographierten das Streulicht von Mattscheiben mit folgender Versuchsanordnung: Auf einer Mattscheibe wurde mit einem Objektiv von einem Öffnungsverhältnis 1 : 10 eine kleine beleuchtete Blende abgebildet. Das hinter der Mattscheibe entstehende Streulicht fiel auf eine photographische Platte, die sich in einem Abstand von 4 cm hinter der Mattscheibe befand. Die matte Seite der Mattscheibe war der Platte zugekehrt. Bei dem so erzeugten Streulicht fallen alle Interferenzstrahlenstrukturen nach Exner und v. Laue[1]) fort. Diese würden nur auftreten, wenn das Licht eines jeden abgebildeten Punktes einen größeren Bereich der Mattscheibe füllt, während bei unserer Anordnung jeder Lichtpunkt auf einem anderen Punkt der Mattscheibe abgebildet wird, das von den verschiedenen Mattscheibenpunkten ausgehende Licht also inkohärent ist.

Wir photometrierten das so photographierte Streulicht aus und erhielten folgende Kurven (Abb. 1): Wie wir früher ausführten[2]), ist die Intensitätsverteilung über große Bereiche symmetrisch und annähernd logarithmisch, die Ordinate gibt die Bedeckung $\sigma = 1 - \frac{I_1}{I_0}$.

Bei genauerer Betrachtung derartiger Kurven fällt auf, daß etwas über der Mitte der Ordinate (bei dem Pfeil) ein Minimum der Kornschwankungen auftritt. Wir geben in Abb. 2 ein Stück der Kurve vergrößert wieder. Man erkennt deutlich ein Stück (durch den Pfeil gekennzeichnet), in dem sich die Schwankungen nur in kleinen Richtungsänderungen äußern, die durch Knoten erkennbar sind, während ungefähr symmetrisch nach beiden Seiten hin sich Haken befinden. In noch größeren Abständen werden die Haken größer und bilden sich zu Wellen aus.

Die Bedeutung dieses Phänomens kann man folgendermaßen formulieren: In den Teilen der Kurve, in denen keine Haken auftreten, rufen bestimmte Helligkeitsunterschiede, die auf benachbarten Feldern von Spaltgröße auf der Platte photographiert sind, noch eindeutige Schwärzungsunterschiede hervor. Da die Spalthöhe 0,5 mm und die Spaltbreite 0,1 mm war, der abgebildete Photometerfaden gleichfalls 0,1 mm breit war und dem Schwärzungszuwachs bei Verschiebung um eine Spaltbreite ein Helligkeitszuwachs von etwa 1,5 Proz. entspricht, werden also Details von solcher Kleinheit und dem entsprechenden Helligkeitsverhältnis noch sicher erkannt. In den weniger guten Gegenden kann ein derartiges Detail nicht mehr sicher erkannt werden. Die Zahl der Haken bildet ein Maß für die Sicherheit der Erkennung von Details.

1) M. v. Laue, Berl. Ber. S. 1144, 1914.
2) E. Lau und J. Johannesson, Zeitschr. f. techn. Phys. **14**, 559, 1933.

Wir bringen eine Tabelle (Tabelle I). Für ein willkürlich festgesetztes $\Delta \log E$ von etwa 1 mm der Abb. 1 befinden sich in unserem Fall (Extrarapidplatte) bei

$\sigma = 1 - \frac{I_1}{I_0}$ (in Proz.)	Haken
10	4
20	4
30	3.5
40	0
50	0
60	1
70	2,5
80	4

Hierzu ist zu bemerken, daß bei den größeren Zahlen die Haken sich vergrößern und in Wellen übergehen, die Zahlen der Haken also die Zunahme der Kornschwankungen bei größeren Zahlen nicht in vollem Umfange zum Ausdruck bringen.

Bei einer Superpanplatte ergab sich folgendes:

(σ in Proz.)	Haken
15	10
25	9
50	1
75	8
80	14
90	21

Wie man aus den Tabellen ersieht, liegt in diesen beiden Fällen das Optimum bei nahezu 50 Proz. Bedeckung. Wir fanden in anderen Fällen das Optimum verschoben. Bei Cranz-Ultraplatten z. B. lag es bei 70 Proz., bei 50 Proz. schien ein kleines Nebenoptimum zu liegen. Während bei 50 Proz. im allgemeinen die σ-Kurve am steilsten ist, das Optimum also in der Gegend des Maximums des Differentialquotienten $\frac{d\sigma}{d \log E}$ liegt, ist bei Cranz-Ultra das Optimum etwas gegen dieses Maximum verschoben.

Bei der Spaltweite von 0,1 mm erhielten wir bei einer Diapositivplatte überhaupt keine Haken; erst bei einem Spalt von 0,05 und einer Registriervergrößerung von 1 : 2,5 ergaben sich genügend große Haken, um eine Zählung zu ermöglichen. Wir erhielten folgendes Resultat:

Faßt man die Zahl der Haken als Maßstab für die Zuverlässigkeit der Detailwiedergabe auf, so zeigt sich nach dem bisherigen, daß ein sehr ausgesprochenes Optimum vorliegt. In dem geradlinigen Teil der D-Kurve $\left(D = \log \frac{I_0}{I_1}\right)$[1], die bei etwa 80 Proz. der σ-Kurve beginnt, steigt die Anzahl der Haken

σ in Proz.	Haken
20	12
30	9
40	6
50	6
60	4
65	0
80	6
90	7

erheblich, so daß dieser Teil als detailunempfindlich bezeichnet werden muß, obgleich die D-Kurve dort am steilsten ist und die Wiedergabe auf einer Kopie am härtesten wird. In dieser Gegend erhält man also harte Negative mit einem groben, zufällig verteilten Raster.

Die Erklärung dieses Optimums ergibt sich aus statistischen Überlegungen. Die statistischen Schwankungen haben dort ein Minimum, wo die Zahl der Körner resp. der Löcher, die die Helligkeitsunterschiede im Bilde hervorrufen, am größten ist. Dieses Maximum liegt bei 50 Proz. σ. Die Verhältnisse sind analog wie in dem Fall des Maximums des Streulichtes[2]).

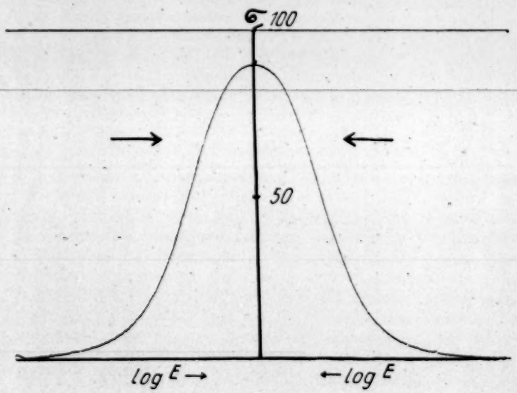

Abb. 1.

1) Vgl. unsere oben genannte Arbeit.
2) E. Lau und J. Johannesson, Zeitschr. f. Phys. **82**, 37, 1933.

Abb. 2.

Wenn in der Praxis das Maximum im allgemeinen etwas nach größeren σ-Werten (60 bis 70 Proz.) verschoben ist, so liegt das daran, daß bei kleineren Schwärzungen vorwiegend die größeren Körner verbraucht werden, also durch das einzelne Korn ein verhältnismäßig großer Einfluß auf die Schwärzung ausgeübt wird. Auch die Gelatinestreuung wirkt bei kleinen Schwärzungen störend mit.

Falls die Korngrößenverteilung der Emulsion zwei Maxima besitzt, können unter Umständen zwei Optima auftreten.

Wir haben somit eine Begründung für unsere früheren[1]) auf Grund von Goldbergs[2]) Messungen aufgestellte Behauptung gegeben, das Optimum der Detailwiedergabe liege im geradlinigen Stück der σ-Kurve. Allerdings müssen wir diese Behauptung auf Grund des neuen Materials dahin verschärfen, daß diese Detailwiedergabe nicht einfach da am größten ist, wo die σ-Kurve am steilsten ist; sondern in diesem steilsten Bereich gibt es wiederum eine beste Stelle, die, wie oben diskutiert, im allgemeinen bei 50–60 Proz. liegt.

Da bei der Durchleuchtung eines photographischen Bildes mit diffusem Licht die Anzahl der mitwirkenden Körner bzw. Löcher, jedenfalls bei solchen Schwärzungen, die nicht mehr als Einkornschicht wirken, größer ist als im parallelen Licht, so folgt weiter aus unserer Untersuchung, daß dort unter allen Umständen durch Verwendung von diffusem Licht eine bessere Detailwiedergabe zu erzielen ist. Diese Erkenntnis erklärt unsere frühere Beobachtung[3]), daß bei größeren Schwärzungen im parallelen Licht viele Details fortfallen und daß in den Stellen der Schwärzungskurve die diffuse Beleuchtung vorzuziehen sei, in denen die im diffusen Licht erhaltene Kurve steiler verläuft als die im parallelen Licht gewonnene. An den Stellen schwächerer Schwärzungen hat man bei parallelem Licht unter Umständen eine steilere Gradation, aber die Detailwiedergabe wird gegenüber dem diffusen Licht nicht gesteigert, weil die Anzahl der mitwirkenden Körner bei parallelem Licht eher kleiner wird als bei diffusem Licht. Die geringe Detailempfindlichkeit bei großen Schwärzungen und parallelem Licht wird auch durch die zahlreichen Kurven von Heinisch[1]) bestätigt: Die Streuung seiner Meßpunkte ist bei diffusem Licht erheblich geringer als in parallelem, und zwar besonders bei hohen Schwärzungen, wo die D-Kurve geradlinig ist.

1) E. Lau und J. Johannesson, Zeitschr. f. techn. Phys. **14**, s. o.

2) Vgl. W. Meidinger, Die theoretischen Grundlagen der photographischen Prozesse, S. 382. Springer, 1932.

3) E. Lau und J. Johannesson, Zeitschr. f. Phys. **82**, s. o.

Zusammenfassung.

1. Photometriert man mit einem Registrierphotometer Schwärzungen, die durch eine logarithmische Helligkeitsverteilung erzeugt sind, so zeigt sich bei einer Schwärzung, die je nach der Plattensorte einer Bedeckung von etwa 50–70 Proz. entspricht, ein deutliches Minimum von Unregelmäßigkeiten, die durch Kornschwankungen hervorgerufen werden.
2. Für jede Plattensorte und Entwicklungsart ist bei gegebener Registriereinrichtung eine bestimmte Spalthöhe vorhanden, bei der im Minimum der Kornschwankungen gerade keine groben Unregelmäßigkeiten mehr auftreten. Diese Größe kann als Maß für die Detailempfindlichkeit einer Platte angesehen werden.
3. Das Minimum der Kornschwankungen ist das Optimum der Detailwiedergabe. Es erklärt sich aus dem Minimum der statistischen Schwankungen bei mittleren Bedeckungen.
4. Die Steilheit der D-Kurve ist für die Detailwiedergabe nicht maßgebend. Sie pflegt gerade dort am steilsten zu sein, wo die Schwärzungen oberhalb des Optimums liegen.

Die Verfasser danken der Notgemeinschaft der deutschen Wissenschaft, daß sie Herrn Johannesson durch ein Stipendium die Teilnahme an der Arbeit ermöglichte.

1) Paul Heinisch, Untersuchungen über die Zerstreuung des Lichts durch entwickelte Emulsionen. Diss. 1931. Techn. Hochschule Berlin-Charlottenburg.

(Eingegangen 22. Mai 1934.)

Untersuchungen an natürlichen H-Strahlen.

Von Carlfriedrich Weiß.

Mitteilung aus der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt.

Einleitung. Bei der Aufstellung der Energiebilanz von Atomkernumwandlungen bereitet die genaue Ermittlung der Energie der emittierten Energieträger Schwierigkeiten. Handelt es sich um die Emission von Protonen, so behilft man sich, da wegen der geringen Intensität eine direkte Geschwindigkeitsmessung unmöglich ist, mit der Messung ihrer Reichweite. Diese Größe läßt sich je nach der Totalausbeute und je nach der geometrischen Definition der Umwandlungsapparatur mehr oder weniger exakt messen; damit ist jedoch eine genaue Kenntnis des Zusammenhangs zwischen Reichweite R und Geschwindigkeit v vorausgesetzt. Für gewöhnlich benutzt man die von Darwin[1]) gegebene halbempirische Darstellung

$$R = C \cdot \frac{m}{e^2} \cdot v^3. \qquad (1)$$

Dabei bedeutet m die Masse, e die Ladung des Protons und C eine Materialkonstante. Die Abhängigkeit der Reichweite von m und e und der Wert für C folgen aus der Bolfrschen Theorie der Geschwindigkeitsverluste geladener Partikel; der Faktor v^3 ist der Erfahrung entnommen und ist bekannt als die Geigersche Reichweitenregel für α-Strahlen. Da der Wert von C näherungsweise für α- und H-Strahlen identisch ist, so ist wegen des Faktors $\frac{m}{e^2}$ für beide Partikelarten fast der gleiche numerische Wert der Reichweite bei gleicher Anfangsgeschwindigkeit zu erwarten. Die Geschwindigkeiten der Umwandlungsprotonen sind allerdings größer als die der radioaktiven α-Teilchen, sie liegen im wesentlichen zwischen 2,5 und $5 \cdot 10^9$ cm $\cdot$ sec^{-1}. Da man Kanalstrahlen so hoher Geschwindigkeit bis jetzt noch nicht herstellen kann, bleibt man zur Prüfung der obigen Beziehung (1) auf die alte Methode der Erzeugung natürlicher H-Strahlen angewiesen. Natürliche H-Strahlen sind Protonen, die durch elastischen Stoß von α-Teilchen bei der Durchstrahlung von Wasserstoff oder wasserstoffhaltigen Substanzen, wie z. B. Paraffin, in schnelle Bewegung gesetzt werden. Aus Impuls- und Energiesatz folgt für einen elastischen Stoß

$$v_H = 2 \cdot \frac{m_a}{m_a + m_H} \cdot v_a \cdot \cos\vartheta, \qquad (2)$$

wo v_H, m_H bzw. v_a, m_a Geschwindigkeit und Masse des Protons bzw. des α-Teilchens bedeuten; ϑ ist der Emissionswinkel, d. h. der Winkel zwischen H- und ursprünglicher α-Bahn. Aus dem Ansatz (1) ergibt sich dann für die Maximalreichweite des gestoßenen H-Teilchens

$$R_H = 4{,}1 \cdot R_a. \qquad (3)$$

In mehreren älteren Untersuchungen[1]) wurde die Gültigkeit von (3) zunächst bestätigt. So erhielten z. B. Rutherford sowie Chadwick und Bieler, wie auch Rutherford und Chadwick für H-Strahlen, die mit den unabgebremsten α-Strahlen des RaC' von 6,97 cm Reichweite erzeugt wurden, Reichweiten zwischen 28 und 30 cm, während man nach (3) 28,6 cm zu erwarten hatte. Später ergaben sich jedoch experimentelle wie auch theoretische Gesichtspunkte dafür, daß sowohl bei den schnellsten α-Teilchen wie auch bei H-Strahlen die Reichweite schneller als mit der dritten Potenz der Geschwindigkeit zunimmt. In den älteren Arbeiten wurde nämlich zum Nachweis der H-Strahlen die Szintillationsmethode verwendet. Bei dieser ist die Beobachtung eines H-Teilchens am Ende seiner Bahn schwierig, so daß Reichweiten leicht zu kurz gemessen werden können. Gelegentlich der Durchbildung elektrischer Zählmethoden beobachteten tatsächlich Fränz[2]) wie auch Chadwick[3]), Constable und Pollard übereinstimmend eine Reichweite von 32 cm für die mit RaC' erzeugten H-Strahlen. Auch aus der Bohrschen Theorie der Geschwindigkeitsverluste, wie aus der wellenmechanischen, von Bethe[4]) entwickelten Theorie folgt für Protonen großer Geschwindigkeit ein kleinerer Energieverlust und damit eine größere Reichweite, als dem v^3-Gesetz entspricht. Für die radioaktiven β-Teilchen, deren Geschwindigkeiten noch über den hier in Frage kommenden der Protonen liegen, ergibt sich z. B. ein Gang mit v^4, in Übereinstimmung mit der Erfahrung. Allerdings liefert auch die neuere Theorie für Protonen keine direkte Aussage, weil die Konstanten der Theorie, die mittleren Anregungspotentiale, nicht exakt zu berechnen sind.

1) G. C. Darwin, Phil. Mag. **27**, 499, 1914.

1) E. Rutherford, Phil. Mag. **37**, 537, 1919; J. Chadwick u. E. Bieler, Phil. Mag. **42**, 923, 1921; E. Rutherford u. J. Chadwick, Phil. Mag. **44**, 417, 1922; E. Rona, Wiener Ber. (2a) **135**, 117, 1926; M. Blau u. E. Rona, Wiener Ber. (2a) **135**, 573, 1926; G. Ortner u. G. Stetter, Physik. Zeitschr. **28**, 70, 1927; W. Bothe u. H. Fränz, Zeitschr. f. Phys. **43**, 456, 1927.

2) H. Fränz, Physik. Zeitschr. **30**, 810, 1929.

3) J. Chadwick, J. E. R. Constable u. E. C. Pollard, Proc. Roy. Soc. London (A) **130**, 463, 1931.

4) H. Bethe, Ann. d. Phys. **5**, 325, 1930.

Im Widerspruch zu den neueren Messungen und den theoretischen Folgerungen schloß jedoch Diebner[1]) kürzlich, daß das v^3-Gesetz doch bis zu Reichweiten von 33 cm Gültigkeit hätte. Diebner hat allerdings keine direkten Reichweitenmessungen an H-Strahlen bekannter Geschwindigkeit ausgeführt, sondern aus dem Gang der differentiellen Ionisation von Umwandlungsprotonen mit ihrer Restreichweite auf die Reichweite-Geschwindigkeitsbeziehung geschlossen.

Wie man sieht, ist also die Sachlage experimentell noch nicht ausreichend geklärt. Bei diesem Stand der Dinge schien es erwünscht, eine möglichst exakte Neubestimmung der Reichweiten natürlicher H-Strahlen durchzuführen, um die Energiebilanzen der künstlichen Kernumwandlungen auf eine sichere Grundlage zu stellen. Eine solche Untersuchung erschien auch insofern erforderlich, als sich in bezug auf die Ausbeute Differenzen zwischen den älteren Untersuchungen[2]) und neueren von Schmidt und Stetter[3]) ergeben hatten.

Inzwischen, nachdem die vorliegende Arbeit bereits in Angriff genommen worden war, erschien eine Arbeit von Blackett[4]), in der dieser Autor die Bethesche Theorie durch ein halbempirisches Verfahren auswertete. Er ermittelte die unbekannten Konstanten der Theorie mit Hilfe der Erfahrung an α-Teilchen und legte diese Werte der Konstanten den weiteren Berechnungen zugrunde. So gelangte er zu einer Tabelle für den Zusammenhang zwischen Reichweite und Geschwindigkeit für α-Strahlen höherer Geschwindigkeit[5]). Nach Anbringung einer Korrektion wegen des von ihm auf Wilson-Aufnahmen beobachteten etwas verschiedenartigen experimentellen Verhaltens von α- und H-Teilchen am Ende der Reichweite infolge ihrer Umladungserscheinungen gelangte er dann auch zu einer entsprechenden Tabelle für Protonen. Der in ihr enthaltene Zusammenhang zwischen der Reichweite und der Geschwindigkeit von Protonen findet in dem in dieser Arbeit untersuchten Reichweitegebiet eine gute experimentelle Bestätigung[6]).

1) K. Diebner, Zeitschr. f. Phys. **77**, 581, 1932.
2) J. Chadwick u. E. Bieler, a. a. O.
3) E. Schmidt u. G. Stetter, Wiener Ber. (2a) **138**, 271, 1929.
4) P. M. S. Blackett, Proc. Roy. Soc. **135**, 132, 1932.
5) In der gleichen Weise ist auch von G. Mano, C. R. **197**, 47, 1933, verfahren worden.
6) Nach Fertigstellung dieser Arbeit erschien vor kurzem eine Arbeit von W. E. Duncanson, Proc. Cambridge Phil. Soc. **30**, 102, 1934, in der die Rechnungen von Blackett mit genaueren Basiswerten wiederholt werden. Die Werte von Blackett werden dadurch nur unwesentlich erhöht.

Allgemeine Diskussion der Versuchsbedingungen. Messungen der Reichweite natürlicher H-Strahlen lassen sich bisher bei weitem nicht so genau ausführen als solche an α-Strahlen. Denn zur Erzeugung natürlicher H-Strahlen langer Reichweiten muß man als α-Quellen $Ra\,(B+C)$ und $Th\,(B+C)$-Präparate verwenden, welche außer α-Strahlen auch noch eine intensive β-γ-Strahlung aussenden. Da man wegen dieser störenden β-γ-Strahlung die Präparatstärke nicht über ein gewisses Maß steigern kann (siehe weiter unten), ist es nicht möglich, mit extrem kleinen Öffnungswinkeln und einer praktisch unendlich dünnen Paraffinschicht zu arbeiten. Besonders die erstgenannte Abweichung von den idealen Versuchsbedingungen wirkt sich verhängnisvoll gerade bei natürlichen H-Strahlen aus; denn während die Geschwindigkeit von Umwandlungsprotonen relativ wenig mit wachsendem Emissionswinkel abnimmt, besonders bei schwereren Kernen, beträgt nach (2) bei natürlichen H-Strahlen die Geschwindigkeit unter dem Emissionswinkel ϑ

$$v_\vartheta = v_{\max} \cos \vartheta .$$

Erzeugt man beispielsweise H-Strahlen mit α-Strahlen von RaC' aus einer Paraffinschicht von 1 cm Luftäquivalent, und enthält das Strahlenbündel Emissionswinkel von 0° bis 30° — eine Winkeldefinition, die bei Umwandlungsprozessen noch relativ gut ist — so erhält man Protonen aller Reichweiten zwischen 18 und 33 cm. Die Absorptionskurve fällt demzufolge sehr flach ab, und der Endpunkt, d. h. die Maximalreichweite ist ungenau definiert. Es ist daher zweckmäßig, sich die etwa zu erwartende Kurvenform und ihre Abhängigkeit von den Versuchsbedingungen zu überlegen.

In der folgenden schematisierten Betrachtung an Hand der Abb. 1 sei P das α-Strahlpräparat, im Abstand a davon befinde sich die kreisförmige Paraffinschicht S und dahinter im

Abb. 1.

Abstand b das Zählerfenster F. P, F und der Mittelpunkt von S liegen auf einer Geraden. Die Schicht S sei so dünn, daß die α-Strahlen nicht merklich darin abgebremst werden. Die Abstände a und b seien groß im Verhältnis zu dem Radius r der Fläche S. Teilt man nun S in Kreisringe, dann gehört zu jeder Zone zwischen r

und $r+\Delta r$ ein mittlerer Emissionswinkel ϑ, unter welchem Protonen in den Zähler gelangen können. Setzt man noch voraus, daß die Ausbeute vom Emissionswinkel unabhängig ist, was für den kleinen Winkelbereich näherungsweise erlaubt ist, dann ist die Zahl der Protonen, die pro Zeiteinheit aus der Zone zwischen r und $r+\Delta r$ auf die Flächeneinheit des Zählerfensters gelangt,

$$\Delta\mathfrak{J} = Q \cdot \frac{2\pi r \cdot \Delta r}{4\pi a^2} \cdot \frac{A}{b^2}.$$

Dabei ist Q die von der α-Quelle pro Sekunde emittierte Zahl von α-Teilchen und A die pro α-Teilchen auf dem Wege durch die Schicht in den Raumwinkel 1 ausgelöste Zahl von H-Teilchen. Da

$$\vartheta = \alpha + \beta = \operatorname{arc\,tg}\frac{r}{a} + \operatorname{arc\,tg}\frac{r}{b},$$

ist die Gesamtintensität, die zwischen den Emissionswinkeln 0 und ϑ_1 von der Flächeneinheit des Zählerfensters aufgenommen wird,

$$\mathfrak{J} = \frac{Q \cdot A}{(a+b)^2} \cdot \vartheta_1^2.$$

In dieser Formel ist $\mathfrak{J}$ als Funktion des größten in dem Bündel möglichen Emissionswinkels ϑ_1 dargestellt. An Stelle von $\vartheta_1 = \vartheta_{\max}$ führt man mit Hilfe der aus (2) folgenden Beziehung $R = R_0 \cdot \cos^n \vartheta$ (wobei $3 < n < 4$) die zugehörige im Bündel enthaltene kleinste Reichweite ein. Durch Entwicklung erhält man in ausreichender Näherung

$$\frac{R}{R_0} = 1 - \frac{n}{2}\vartheta^2$$

also

$$\mathfrak{J} = \frac{2Q \cdot A}{n \cdot (a+b)^2 \cdot R_0} \cdot (R_0 - R)$$

als Funktion der Minimalreichweite R. Diese Gerade ist nichts anderes als die Absorptionskurve des Bündels in ihrem abfallenden Teil. Bestimmt man experimentell die Absorptionskurve eines Partikelbündels mit Reichweiten zwischen R_1 und R_2, so bleibt beim Einschalten von Absorbern zunächst die Intensität solange konstant, bis bei einer bestimmten Absorberdicke, deren Luftäquivalent gleich R_1 ist, die Verminderung der Teilchenzahl beginnt; man erhält dann zu jeder größeren Absorberdicke die Gesamtzahl der Teilchen, deren Reichweite gleich oder größer ist als das zugehörige Luftäquivalent. Die diskutierten Versuchsbedingungen führen also zu einer Absorptionskurve von dem Aussehen der Abb. 2. Geht man zu dem Fall einer etwas dickeren Paraffinschicht über, dann kann man sich diese aus mehreren sehr dünnen Teilschichten zusammengesetzt denken. Jede liefert für sich eine Teilkurve nach der Art der Abb. 2, aber von Teilschicht zu Teilschicht wird die Energie der α-Strahlen kleiner, und damit verschieben sich die Teilabsorptionskurven im Sinne kleinerer Protonenreichweiten. Die Teilkurven hat man dann zu summieren, wie das

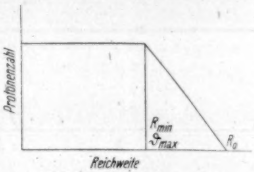

Abb. 2.

Abb. 3 schematisch zeigt. Die so erhaltene Absorptionskurve zeigt einen geradlinigen Teil mit Schwänzen am Anfang und Ende des Abfalls. Dieses Verfahren ist natürlich nicht ganz korrekt, es vernachlässigt die Abnahme der Ausbeute mit abnehmender α-Strahlgeschwindigkeit und berücksichtigt nicht die Tatsache, daß der Bremsweg der α-Strahlen in den Paraffinschichten mit dem Winkel ϑ wächst. Diese Vernachlässigungen, wie auch alle anderen Abweichungen von den hier idealisierten Versuchsbedingungen bewirken eine Verkürzung des geradlinigen Teils der Absorptionskurve und eine Verlängerung der Schwänze[1]). Unter Berücksichtigung aller Umstände läßt sich überlegen, daß eine Arbeitsteilung erforderlich ist für die beiden in dieser

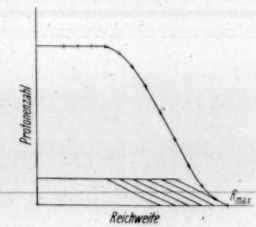

Abb. 3.

Arbeit gestellten Aufgaben: Ausbeute und Maximalreichweite zu ermitteln. Für die Extrapolation auf die Intensität 0, d. h. auf die Maximalreichweite erweisen sich am günstigsten Versuchsbedingungen mit möglichst dünner Paraffinschicht. Gute Winkelbedingungen verbieten sich dann nicht nur aus Intensitätsgründen; eine Verschlechterung der Geometrie – in gewissen Grenzen – führt im Gegenteil zu Kurvenformen, die für die Extrapolation auf das Reichweitenende günstiger sind. Im übrigen sind

1) Von der Reichweitenstreuung ist hier auch abgesehen worden.

starke α-Quellen erforderlich. Die Zulassung eines großen Winkelbereichs hat zur Folge, daß der die Ausbeute liefernde horizontale Teil der Kurve erst bei großen Restreichweiten erreicht wird. Die Verwendung starker α-Quellen bewirkt aber, daß man die Kurve nicht bis zu diesen großen Restreichweiten aufnehmen kann. Das liegt daran, daß die mit wachsender Restreichweite abnehmende mittlere Stoßgröße schließlich in der durch die intensive β-γ-Strahlung verursachten Unruhe verschwindet (siehe weiter unten). Für die Bestimmung der Ausbeute braucht man deswegen vor allem sehr gute geometrische Bedingungen. Um die Intensität zu erhöhen, muß man die Schichtdicke in gewissen Grenzen vergrößern. Die dickste von mir verwendete Schicht war immer noch recht dünn, ihr Luftäquivalent betrug 1,51 cm. Im einzelnen muß man die Versuchsbedingungen, insbesondere die Präparatstärke praktisch ausprobieren.

Die Zählmethode. Als Zählmethode wurde die von Geiger und Klemperer[1]) beschriebene Multiplikationszählermethode verwendet, in der von Fränz[2]) entwickelten Form, die das Zählen von Protonen in Gegenwart einer intensiven β-γ-Strahlung gestattet. Diese Methode beruht darauf, daß der Stromstoß, den ein Teilchen beim Durchgang durch den empfindlichen Bereich des Zählers auslöst, proportional der erzeugten Primärionisation ist. Wegen der großen Unterschiede in der differentiellen Ionisation ist daher der Effekt eines einzelnen β-Teilchens außerordentlich klein gegen den eines Protons. Schwierigkeiten bereitet nur die Überlagerung sehr vieler β-Teilchen bei Verwendung von *RaC'* und *ThC'*. Fränz reduzierte die Überlagerungen durch möglichste Verkürzung der Dauer des Einzelausschlags. Dazu verhelfen: Füllung des Zählers mit einem Gas hoher Ionenbeweglichkeit, Verwendung eines kleinen Ableitwiderstandes (d. h. kleine elektrische Zeitkonstante des Zählers), Verstärkung durch Spezialverstärker hoher Auflösung, Oszillographenaufzeichnung mit Schleife hoher Eigenfrequenz. Hierauf braucht im einzelnen nicht mehr näher eingegangen zu werden. Es bleibt allerdings noch eine restliche Überlagerungsunruhe bestehen, die bei Vorwärtsmessungen besonders hohe Beträge annehmen kann, weil dann die langsamen Primärelektronen aus der Quelle in den Zähler hineingelangen. Durch Wahl der Versuchsbedingungen, insbesondere der Stärke des Präparats muß man es so einrichten, daß nur die kleinsten Protonenausschläge in der Unruhe verschwinden. Dann kann man durch eine Statistik der Ausschlagsgrößen, die sich bis in die Spitzen der Unruhe hinein zu erstrecken hat, die Gesamtzahl der Ausschläge durch Extrapolation auf die

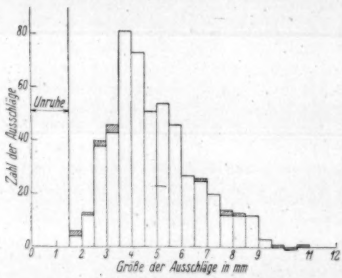

Abb. 4. Statistik von mit *RaC'* ausgelösten natürlichen *H*-Strahlen, Restreichweite 9,3 cm. Zählerfüllung Argon.

Ausschlagsgröße o ermitteln. Dieses Verfahren ist nur dann eindeutig, wenn das Maximum der Statistik genügend hoch und genügend entfernt von der Grenze der Unruhe ist, so daß die Extrapolation nur eine kleine Zusatzkorrektur zur Gesamtzahl liefert. Diese Statistik ist außerordentlich zeitraubend und mühselig, aber selbst bei kleinen Korrekturen unentbehrlich, weil sie ein scharfes Kriterium liefert für das richtige Funktionieren der Methode. Das Aussehen der Statistik hängt übrigens stark von der Art des

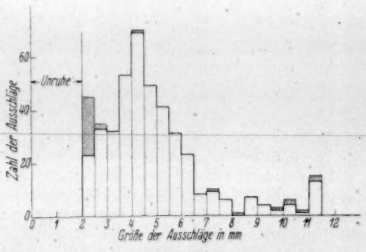

Abb. 5. Statistik von mit *ThC'* ausgelösten natürlichen *H*-Strahlen, Restreichweite 12,0 cm. Zählerfüllung Wasserstoff.

Füllgases ab, d. h. von dem spezifischen Aussehen der Braggschen Kurve für dieses Gas. Ein Teil der Messungen wurde mit Wasserstofffüllung ausgeführt; am geeignetsten erwies sich jedoch Füllung des Zählers mit Argon. Das Ausmessen der Registrierfilme geschah unter einem binokularen Mikroskop. Die Ausschlagsgröße

1) H. Geiger u. O. Klemperer, Zeitschr. f. Phys. **49**, 753, 1928.
2) H. Fränz, Physik. Zeitschr. **30**, 810, 1929; Zeitschr. f. Phys. **63**, 370, 1930.

wurde mit einem Zeichenapparat[1]) in zehnfacher Vergrößerung aufgezeichnet. Die Abb. 4 und 5 zeigen zwei solche Statistiken; eine ist aus einer Versuchsreihe mit geringer, die andere aus einer Reihe mit relativ starker Unruhe. Die stark ausgezogenen Linien geben den Effekt nach Abzug der schraffiert gezeichneten natürlichen Effekte wieder. Besondere Schwierigkeiten bereiten die Statistiken am Ende der Reichweite, weil da die Intensität bereits so klein ist, daß die natürlichen und Störeffekte des Zählers von der gleichen Größenordnung wie der zu beobachtende Effekt sind. Da hier mit der größtmöglichen Präparatstärke gearbeitet werden mußte, ist außerdem die Unruhe beträchtlich.

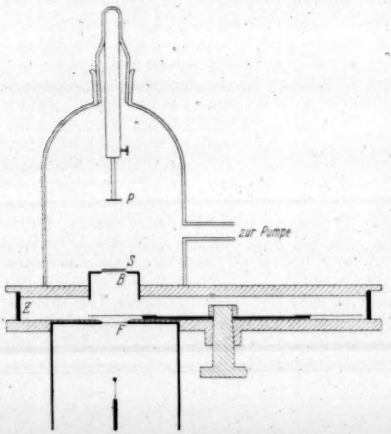

Abb. 6.

Die Versuchsanordnung. Die Versuchsanordnung ist in Abb. 6 abgebildet. Die α-Quelle P befand sich am Ende eines Messingstabes, der sich in einer Messinghülse verschieben ließ und durch eine Schraube festgehalten wurde. Die Hülse war in den Innenteil eines zugeschmolzenen Glasschliffs eingekittet, dessen Außenteil an eine Glasglocke G angeschmolzen war. Die Glocke war so justiert, daß sich die Mitte des Präparats über der Mitte der Paraffinschicht S befand. Diese Schicht S war mit ihrer Unterlage direkt auf dem Fenster B einer kleinen Dose aus Messing befestigt. Je nach der beabsichtigten Winkeldefinition wurden Dosen verschiedener Höhe verwendet, die mit einem Gewinde versehen in eine dicke Messingplatte eingeschraubt und verkittet wurden. Auf dieser Messingplatte, die die obere Fläche eines flachen vakuumdichten Zylinders Z bildete, war die Glasglocke luftdicht aufgekittet. Die Glocke wurde durch einen seitlichen Ansatz evakuiert. In dem Zylinder befand sich das Folienrad mit den Absorptionsfolien, das mit Hilfe eines Metallschliffs von außen gedreht werden konnte. In der unteren Fläche des Zylinders wurde der Zähler direkt eingekittet. Die Zählerwand bestand aus einem Kohlerohr, die Stirnfläche des Zählers war aus Messing. Der Zähler war mit einer Aluminiumfolie F von 3,40 cm Luftäquivalent verschlossen. Die Luftäquivalente des Dosenfensters und der Unterlagen der Paraffinschichten waren so bemessen, daß die α-Strahlen nicht mehr in den Zylinder eintreten konnten. Der Zylinder kommunizierte mit dem Zähler durch eine Öffnung, so daß beide Räume immer den gleichen Gasdruck aufwiesen (Wasserstoff oder Argon von 740 mm Druck).

Das als α-Strahler verwendete $Ra\,(B+C)$ wurde auf einer rechteckigen Platinfolie von 5×6 mm, das $Th\,(B+C)$ auf einer Messingkreisfläche von 5 mm Durchmesser konzentriert. Das mir zur Verfügung[1]) gestellte Hahnsche Radiothortrockenpräparat lieferte keine reinen $Th\,(B+C)$-Präparate. Ihre Oberfläche war regelmäßig durch Eisenkarbonyl verschmutzt. Es gelang jedoch schließlich durch eine geeignete Nachbehandlung nach der Exposition die Oberfläche rein zu erhalten. Die Reinheit wurde durch Aufnahme Braggscher Kurven kontrolliert. Bei starker Unruhe wurden die Präparate nicht direkt am Halter, sondern auf einer Zwischenschicht aus Kohle befestigt, um die Zahl der reflektierten Primärelektronen herabzusetzen. Der Abfall der Präparate während der Messung wurde ionometrisch an ihrer γ-Strahlung kontrolliert.

Die Paraffinschichten wurden durch Aufschmelzen von Paraffin auf ebengelagerte, ein wenig oxydierte Kupferfolien hergestellt. Aus einer größeren gleichmäßigen Fläche wurde mit einer scharfen Lochstanze ein Stück erforderlicher Größe herausgeschnitten. Die Luftäquivalente wurden nach Auswägung mit Hilfe des Bremsvermögens errechnet. Die Spannung am Zähler, die sehr konstant sein muß, wurde einem Aggregat entnommen, das aus einer Wechselstrommaschine, Transformator und Gleichrichter bestand. Zwischen Maschine und Primärseite des Umformers befand sich ein automatischer Spannungsregler („Nivello" von Dietz & Ritter). Die Stromstöße im Zähler wurden dem von Fränz

1) Die Konstruktion des Apparates lehnt sich an eine von H. Ziegert, Zeitschr. f. Phys. **46**, 668, 1928, beschriebene an.

1) Herrn Dr. Wolf und Herrn Dr. Riehl von der Auergesellschaft ist Verfasser zu großem Dank verpflichtet für die leihweise Überlassung von 8 mg Radiothor.

beschriebenen, ein wenig modifizierten Dreiröhrenverstärker zugeführt und mit Hilfe eines Oszillographen registriert. Die Konstanz des Verstärkungsfaktors des Dreiröhrenaggregats wurde regelmäßig nachgeprüft, indem Spannungsstöße auf das Gitter der ersten Röhre induziert und die entsprechenden Oszillographenausschläge kontrolliert wurden. Da trotz weitgehender Schutzmaßnahmen Hochfrequenzstörungen nicht ganz ausgeschaltet werden konnten, wurde grundsätzlich erst mit den Messungen begonnen, wenn in den umliegenden Laboratorien nicht mehr gearbeitet wurde.

Versuche mit *RaC'*. 1. Versuchsreihe unter günstigen Winkelbedingungen zur Ermittlung der Ausbeute. Die Paraffinschicht *S* hatte ein Luftäquivalent von 1,51 cm. Die α-Quelle *P* (Abb. 6) war 45,5 mm von *S* entfernt, der Abstand von *S* bis zum Zählerfenster *F* betrug 40,0 mm. Das Zählerfenster besaß einen Durchmesser von 8,0 mm, das die Fläche von *S* begrenzende Dosenfenster *B* einen solchen von 6,45 mm. Die Fläche des Präparates *P* war, wie erwähnt, 5 × 6 mm groß. Die folgende Tabelle I enthält die Ergebnisse dieser Versuchsreihe. In der ersten Spalte sind die Gesamtabsorptionen, ausgedrückt in Luft von 15° und 760 mm Druck, angegeben; in der zweiten Spalte die zugehörige gezählte Gesamtzahl von Protonen; in der dritten Spalte das zugehörige Produkt aus Beobachtungszeit × Stärke der α-Quelle, ausgedrückt in mg · min; in der vierten Spalte die Zahl der Protonen pro min und pro mg *RaC'*. Die Gesamtabsorption setzt sich zusammen aus einer festen Vorabsorption von 17,0 cm Luft und einer variablen Zusatzabsorption. Die Vorabsorption setzt sich zusammen aus

8,57 cm in *Cu* (Dosenfenster + Paraffinunterlage); 1 cm Luft = 2,26 mg/cm².
3,46 cm in *Al* (Zählerfenster); 1 cm Luft = 1,62 mg/cm².
1,51 cm in Paraffin; 1 cm Luft = 0,87 mg/cm².
3,48 cm in Argon (Zylinder *Z*); Bremsvermögen 1,83, Weglänge 40,0 mm, Druck 740 mm bei 20°.

Die restliche Zusatzabsorption lieferten die Aluminiumfolien des Folienrades.

In den in der Tabelle I angegebenen Teilchenzahlen sind bereits die natürlichen Effekte des Zählers in Abzug gebracht. Diese wurden dadurch ermittelt, daß 36 cm Gesamtabsorption bei sonst unveränderter Anordnung eingeschaltet wurden, und zwar vor und nach jeder Messung jeder einzelnen Absorptionsstufe; die Registrierdauer war für Effekt und Nulleffekt die gleiche. Das hat den Vorzug, daß irgendwelche Resteffekte, z. B. eventuelle Neutroneneffekte, mit in Abzug kommen und die Kurve tatsächlich auf den Wert Null herabgeht. Die Gesamtlänge der zu dieser Versuchsreihe gehörenden Regi-

Tabelle I.

Absorberdicke in cm Luft	Gezählte Teilchenzahl	mg × min *RaC'*	Teilchenzahl pro mg min
20,4	358	21,6	16,6
21,9	390	23,3	16,7
23,9	521	32,6	16,0
25,4	717	63,7	11,3
27,3	545	79,3	6,88
28,8	304	108,3	2,81
29,8	172	232,4	0,78
30,8	81	385,8	0,21
32,3	16	514	0,03
34,2	(– 4)	302	0

strierfilme betrug 600 m. Die Filmgeschwindigkeit betrug 1,2 cm sec⁻¹. Abb. 7 gibt die zur

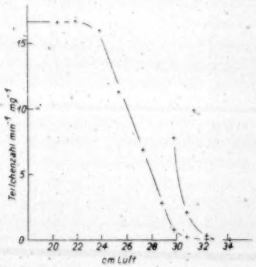

Abb. 7.

Tabelle I zugehörige Absorptionskurve wieder. Die letzten drei Meßpunkte sind außerdem noch einmal in zehnfachem Ordinatenmaßstab aufgetragen. Die Kurve zeigt das erwartete Aussehen, einen geradlinigen Teil und Schwänze. Der am Ende der Kurve ist länger als der am Beginn des Abfalls, aus geometrischen Gründen und wegen der mit abnehmender Restreichweite wachsenden Reichweitenstreuung. Der Fußpunkt ist, wie erwartet, nicht sehr genau festzulegen. Man erhält etwa 33 cm für die Maximalreichweite. Die kleinste Reichweite, die im Strahlenbündel vorhanden ist, definiert durch den Beginn des Abfalls vom horizontalen Teil der Kurve, ergibt sich zu 22,0 cm; aus den Winkelbedingungen und der kürzesten α-Reichweite errechnet man in sehr guter Übereinstimmung damit den Wert 21,7 cm. Dabei ist die Blackettsche Tabellierung zugrunde gelegt. Das v^3-Gesetz würde eine Minimalreichweite von 20,3 cm ergeben. Aus dem horizontalen Teil der Kurve erhält man für die Apparaturausbeute

16,6 Protonen pro min und mg. Aus der Geometrie der Anordnung errechnet man dann, daß ein α-Teilchen $5{,}94 \cdot 10^{-6}$ H-Teilchen aus der Schicht in den räumlichen Winkel entsendet, den die Zähleröffnung der Paraffinschicht darbietet. Da die Dicke der Paraffinschicht einer Wasserstoffgasschicht von 2,32 cm unter 760 mm Druck bei 15° entspricht, so erhält man aus einer Schicht von 1 cm Gas eine Ausbeute von $2{,}5 \cdot 10^{-6}$ Protonen pro α-Teilchen innerhalb des durch die Anordnung definierten Sekundärwinkelraumes.

Wenn man diesen Wert der Ausbeute mit den von Chadwick und Bieler angegebenen Werten vergleichen will, muß man bedenken, daß sich die Winkelbedingungen der beiden Autoren und die meinigen nicht entsprechen. Eine Umrechnung liefert keinen exakten Vergleich, weil die Ausbeute vom Emissionswinkel abhängt. Außerdem stimmen die mittleren α-Reichweiten nicht genau überein. Chadwick und Bieler geben in ihrer Arbeit eine Darstellung ihrer Ergebnisse in der Form von Kurven, die für verschiedene α-Reichweiten die Gesamtausbeute zwischen den Emissionswinkeln 0 und ϑ als Funktion von ϑ wiedergeben. Dabei ist ϑ der häufigste Emissionswinkel, der im Winkelbereich vorkommt. Der häufigste Emissionswinkel meiner Anordnung beträgt etwa 8,7°. Rechnet man die angegebene Protonenzahl pro a-Teilchen um auf die Gesamtemission innerhalb eines Winkelraumes zwischen den Emissionswinkeln 0 und 8,7°, so erhält man für eine Schicht von 1 cm Wasserstoffgas eine Ausbeute von $5{,}0 \cdot 10^{-6}$, während man aus den Kurven von Chadwick und Bieler für den Winkel 8,7° den Wert $2{,}2 \cdot 10^{-6}$ abliest. Die Abweichung der Ausbeutewerte ist beträchtlich und liegt sicher außerhalb der Umrechnungsunsicherheit.

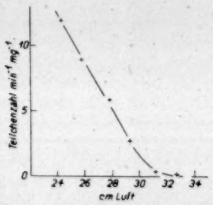

Abb. 8.

2. Versuchsreihe zur genauen Ermittlung der Maximalreichweite. Das Luftäquivalent der Paraffinschicht betrug nur 2,3 mm, die Winkeldefinition war erheblich schlechter als bei der vorangehenden Versuchsreihe. Die Abstände Präparat-Paraffinschicht-Zählerfenster betrugen 33,0 mm bzw. 21,5 mm. Die Tabelle II enthält die Ergebnisse dieser Versuchsreihe, Abb. 8 ist die zugehörige Absorptionskurve. Die Gesamtabsorption setzt sich hier zusammen aus einer festen Vorabsorption von 14,0 cm und einer variablen Zusatzabsorption. Die Vorabsorption setzt sich zusammen aus

9,82 cm in Cu (Dosenfenster + Paraffinunterlage),
3,46 cm in Al (Zählerfenster),
0,23 cm in Paraffin,
0,44 cm in H_2 (Zylinder Z); Weglänge 21,5 mm, Druck 740 mm, 20°.

Die restliche Zusatzabsorption lieferten wieder die Aluminiumfolien des Folienrades.

Tabelle II.

Absorberdicke in cm Luft	Gezählte Teilchenzahl	mg × min RaC'	Teilchenzahl pro mg mm
24,3	371	31,2	11,9
25,8	589	66,3	8,89
27,8	539	91,8	5,87
29,3	394	145,4	2,71
31,2	124	326,3	0,38
32,7	58	387	0,15

Wegen der kleinen Intensität mußte in dieser Versuchsreihe eine Gesamtlänge von 1000 m Registrierfilm ausgewertet werden, um die gewünschten hohen Teilchenzahlen zu erhalten. Aus der Kurve ergibt sich eine Maximalreichweite, die sicher größer als 33 cm ist. Der Wert 33,2 cm dürfte etwa der richtige sein.

3. Es wurden aus systematischen Gründen noch drei weitere Versuchsreihen unter fortgesetzter Variation der Versuchsbedingungen durchgeführt, von deren Wiedergabe hier abgesehen sei. Aus ihnen ergibt sich einwandfrei in Übereinstimmung mit den vorangehenden Versuchsreihen das Vorhandensein von Protonen mit Reichweiten über 32,4; 32,4 und 32,9 cm Luft. Aus den Absorptionskurven extrapoliert man ebenfalls etwa 33,2 cm Maximalreichweite.

Versuchsreihe mit ThC'. 4. Eine ausführliche Reihe von Versuchen unter verschiedenen Bedingungen war in diesem Fall leider nicht durchführbar. Das mir überlassene Radiothorpräparat lieferte im günstigsten Fall $Th\ (B + C)$-Präparate von 2 mg Radiumäquivalent. Bei dieser schwachen Präparatstärke war es unmöglich, Versuche mit dünnen Schichten durchzuführen, zumal mir das Radiothor nur für begrenzte Zeit zur Verfügung stand. Ich mußte mich darauf beschränken, eine Versuchsreihe unter den Bedingungen der ersten mit $Ra\ (B + C)$ angestellten durchzuführen. Die Anordnung war vollkommen die gleiche wie bei Versuchsreihe 1. Nur die Fläche des α-Präparats war etwas verkleinert

gegen vorher (Kreis von 5 mm Durchmesser). Die Gesamtlänge der ausgewerteten Registrierfilme betrug bei dieser Versuchsreihe 750 m. In der folgenden Tabelle III sind die Ergebnisse zusammengestellt. Die Gesamtabsorption setzt sich hier zusammen aus einer festen Vorabsorption von 21,4 cm und einer variablen Zusatzabsorption. Die Vorabsorption setzt sich zusammen aus

8,57 cm in *Cu* (Dosenfenster und Paraffinunterlage).
3,46 cm in *Al* (Zählerfenster).
1,51 cm in Paraffin.
0,92 cm in H_2 (Zylinder *Z*); Weglänge 40,0 mm, Druck 740 mm, 20°.
6,90 cm in *Al* (Bremsfolie).

Die restliche Zusatzabsorption lieferten wieder die Aluminiumfolien des Folienrades.

Tabelle III.

Absorption in cm Luft	Gezählte Teilchenzahl	mg × min *ThC'*	Teilchenzahl pro mg min
28,3	333	15,4	21,62
29,8	451	20,9	21,58
31,7	506	26,6	19,00
33,2	633	42,7	14,81
35,2	445	54,2	8,22
36,7	529	114,1	4,64
38,6	146	192,6	0,76
40,1	35	174,7	0,20
42,1	4(1)	202	0

Die zugehörige Absorptionskurve Abb. 9 ist vom selben Aussehen wie die zu Reihe 1 gehörige. Die Extrapolation auf die Maximalreichweite führt zu dem Wert 41,6 cm. Die kleinste Reichweite des Strahlenbündels ergibt sich aus der Kurve zu 29,2 cm, der aus den Winkelbedingungen mit Hilfe der Blackettschen Tabelle errechnete Wert ist 29,1 cm, während aus dem v^3-Gesetz eine Minimalreichweite von 26,0 cm folgen würde. Aus dem horizontalen Teil der Kurve erhält man für die Apparaturausbeute 21,6 Protonen pro min und pro mg *ThC'*. Aus der Geometrie der Anordnung errechnet man dann, daß ein α-Teilchen $9{,}83 \cdot 10^{-6}$ *H*-Teilchen aus der Schicht in den Winkelraum entsendet, den die Zähleröffnung darbietet. Dabei ist Gebrauch gemacht von Messungen von Shenstone und Schlundt[1]), in denen die Zahl der α-Teilchen der Reichweite 8,62 cm ermittelt wurde, die von einem mg *Th* (*B* + *C*) (Radiumäquivalent, gemessen durch 5 mm Blei) emittiert wird. Aus der Dicke der Paraffinschicht folgt schließlich eine Ausbeute von $4{,}2 \cdot 10^{-6}$ Protonen pro α-Teilchen, ausgelöst längs 1 cm Wasserstoffgas, innerhalb des Winkelraumes meiner Anordnung. Rechnet man diese Protonenzahl um auf die Gesamtemission innerhalb eines Winkelraumes zwischen den Emissionswinkeln 0 und dem häufigsten 8,7°, so erhält man $8{,}4 \cdot 10^{-6}$, während man aus den Kurven von Chadwick und Bieler den Wert $5{,}1 \cdot 10^{-6}$ für diesen Winkel abliest. Auch hier liegt die von mir gemessene Ausbeute über dem Wert der englischen Autoren.

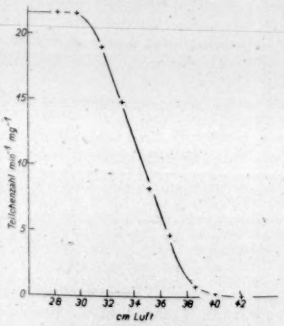

Abb. 9.

Die Reichweitenstreuung. Untersucht man ein Bündel homogener geladener Partikel, so findet man, daß sie trotz gleicher Anfangsgeschwindigkeit nicht die gleiche Reichweite aufweisen. Die Reichweiten schwanken gemäß einer statistischen Verteilung um die mittlere Reichweite. Die Absorptionskurve eines solchen Bündels ist dann die Integralkurve einer Gaußschen Fehlerverteilung

$$n \cdot W(x) \cdot dx = \frac{n}{\varrho_x \cdot \sqrt{\pi}} \cdot e^{-\frac{x^2}{\varrho_x^2}} \cdot dx.$$

Dabei ist n die Gesamtzahl der Partikel, $x = \frac{R - \overline{R}}{\overline{R}}$ die relative Reichweitenschwankung und ϱ_x der Verteilungskoeffizient. Untersuchungen an α-Strahlen haben diese Auffassung bestätigt. Aus der Bohrschen Bremstheorie kann man mit Hilfe von Tabellen von Kohlrausch[2]), der die Frequenzen der Dispersionselektronen sinngemäß ersetzte durch die Absorptionsgrenzfrequenzen der einzelnen Elektronenschalen, den numerischen Wert für den Reichweiteverteilungskoeffizienten ϱ_x errechnen. Da für α-Strahlen die experimentell ermittelten Werte von den theoretisch errechneten weniger abweichen, als man

1) A. G. Shenstone u. H. Schlundt, Phil. Mag. (6) **43**, 1038, 1922.
2) K. W. F. Kohlrausch, Handbuch der Experimentalphysik, Bd. XV, III, § 8, und IV, § 10.

nach den Gültigkeitsgrenzen der Theorie erwarten sollte, so wurden hier die Verteilungskoeffizienten ϱ_x für Protonen errechnet, für die man ihrer höheren Geschwindigkeit wegen mindestens die gleiche Übereinstimmung erwarten darf. Für eine rohe Abschätzung reicht die Genauigkeit bestimmt aus. Bei der Berechnung muß man berücksichtigen, daß es sich nicht um einen einheitlichen Absorber in der Apparatur handelt, und gewogene Mittelwerte verwenden. Für die Verteilungskoeffizienten erhält man die Werte

$$\varrho_x = 1{,}98 \cdot 10^{-2}\,(ThC') = 2{,}05 \cdot 10^{-2}\,(RaC').$$

Schneidet man nun die Verteilungsfunktion bei dem Abszissenwert

$$x = \frac{R - \overline{R}}{\overline{R}} = \varrho_x$$

ab, so beträgt der Beitrag des Restes zum Flächeninhalt, d. h. zur Gesamtzahl der Teilchen, nur noch 8 Proz. Mit diesem Punkt sei das extrapolierte Ende der Absorptionskurve identifiziert. Dann wäre also

$$\Delta R = R_{\max} - \overline{R} = \varrho_x \cdot \overline{R}$$

die Differenz zwischen mittlerer und extrapolierter Reichweite. Diese Differenz ist sicher zu groß; es ist kaum anzunehmen, daß man bei der geringen Intensität im Schwanz der Kurve viel über die mittlere Reichweite hinausgelangt. Als unteren Grenzwert der mittleren Reichweite kann man also erwarten

$$\frac{R_{\max}}{1 + \varrho_x} = 32{,}5\text{ cm bzw. } = 40{,}8\text{ cm}.$$

Als $R_{\max}$ sind die in dieser Untersuchung experimentell gefundenen Werte eingesetzt. Dabei ist noch zu berücksichtigen, daß bei den Rückstoßversuchen mit ThC' eine ungünstige Kurvenform zur Extrapolation verwendet werden mußte.

Zusammenstellung der Ergebnisse. In den folgenden Tabellen sind noch einmal die Ergebnisse zusammengestellt. Tabelle IV enthält in der ersten Spalte die verwendete α-Quelle, in der zweiten die Maximalgeschwindigkeit $v_{\max}$ der ausgelösten Protonen, in der dritten die aus meinen Absorptionskurven extrapolierten Maximalreichweiten $R_{\max}$, in der vierten die aus dem v^3-Gesetz folgenden Maximalreichweiten ($= 4{,}1\ R_a$), in der fünften die mittleren Reichweiten $\overline{R}$, deren Werte aus $R_{\max}$ abgeschätzt wurden, in der letzten Spalte die von Blackett errechneten theoretischen Werte der mittleren Reichweite $\overline{R}_{\text{th}}$.

Tabelle IV.

α-Quelle	$v_{\max}$	$R_{\max}$	R_{v^3}	$\overline{R}$	$\overline{R}_{\text{th}}$
RaC'	$3{,}071 \cdot 10^9$	33,2	28,7	32,5	32,6
ThC'	$3{,}284 \cdot 10^9$	41,6	35,3	40,8	41,3

Die Tabelle V enthält wieder in der ersten Spalte die α-Quelle, in der zweiten stehen die aus den Absorptionskurven der Versuchsreihen 1 und 4 abgelesenen Minimalreichweiten $R_{\min}$, in der dritten die aus den Bedingungen der Anordnung mit dem v^3-Gesetz zu erwartenden Werte, in der vierten die entsprechenden aus der Blackettschen Tabelle folgenden.

Tabelle V.

α-Quelle	$R_{\min}$	$R_{\min,\,v^3}$	$R_{\min,\,th}$
RaC'	22,0	20,3	21,7
ThC'	29,2	26,0	29,1

Aus beiden Tabellen ersieht man, daß ein v^3-Gesetz, d. h. also der Ansatz (1) von Darwin zu falschen Werten der Reichweite bei höheren Protonengeschwindigkeiten führt, daß dagegen die Blackettsche halbempirische Theorie die Geschwindigkeits-Reichweitebeziehung bis zu Reichweiten von 40 cm im Rahmen der Meßgenauigkeit gut widergibt. Die letzte Tabelle VI enthält die Ausbeuten. In der ersten Spalte stehen die α-Quellen, in der zweiten die Gesamtausbeute zwischen den Emissionswinkeln 0° und 8,7° umgerechnet aus meinen Ausbeutewerten, in der dritten die entsprechende Gesamtausbeute, die sich aus den Kurven von Chadwick und Bieler ergibt. Die Ausbeute der englischen Autoren ist also tatsächlich zu klein.

Tabelle VI.

α-Quelle	Gemessene Ausbeute	Ausbeute von Ch. und B.
RaC'	$5{,}0 \cdot 10^{-6}$	$2{,}2 \cdot 10^{-6}$
ThC'	$8{,}4 \cdot 10^{-6}$	$5{,}1 \cdot 10^{-6}$

(Eingegangen 30. Mai 1934.)

Über die Begründung des zweiten Hauptsatzes der Thermodynamik durch Kreisprozesse[1]).

Von H. Hausen.

Einleitung.

Mit Hilfe einer neuen physikalischen Grundannahme gelang es Carathéodory[2]) die Ableitung des 2. Hauptsatzes von entbehrlichem Beiwerk, insbesondere der Benutzung des idealen Gases und der bis dahin meist üblichen Voraussetzung der absoluten Temperatur, zu befreien[3]) und sie durch scharfe Trennung zwischen den physikalischen und mathematischen Überlegungen überaus klar und kurz zu gestalten. Mathematisch befriedigt hierbei besonders auch die Vermeidung von Kreisprozessen, die sich bei anderen Ableitungen als Gedankengänge wesentlich physikalischer Art in die mathematische Entwicklung störend einzudrängen scheinen.

Durch den Fortfall der Kreisprozesse hat sich indessen die Ableitung des 2. Hauptsatzes von der ursprünglich rein technischen und sehr anschaulichen Fragestellung, die sich auf Kreisprozesse bezog, weit entfernt; vor allem aber wurde hierdurch die Erfahrungsgrundlage verlassen, die bei den früheren Ableitungen durch den Satz von der Unmöglichkeit des perpetuum mobile zweiter Art gegeben war. Für eine restlos auf die Erfahrung gestützte Begründung des 2. Hauptsatzes ist es daher besonders wertvoll, daß Planck[4]) in seinem im Jahre 1926 umgearbeiteten Beweis des 2. Hauptsatzes die Vorzüge der Ableitung von Carathéodory mit der geschichtlich gegebenen Erfahrungsgrundlage in Verbindung gebracht hat. Hierdurch ist nicht nur in der physikalischen Voraussetzung die Beziehung zu Kreisprozessen wieder hergestellt, sondern es enthält auch der Beweis selbst, obwohl es nicht ausdrücklich gesagt ist, an entscheidender Stelle eine Aussage über Kreisprozesse[1]).

Da somit den Kreisprozessen auch bei Berücksichtigung der neuen Erkenntnisse eine grundlegende Bedeutung zukommt, ist es angebracht, sie wieder mehr in den Vordergrund zu rücken. Im folgenden soll daher ein Kreisprozeß beschrieben werden, der die Grundgedanken des Carnotschen Kreisprozesses enthält, von allen entbehrlichen Voraussetzungen aber ebenso frei ist wie die Ableitungen von Carathéodory und Planck[2]). Die sofortige Anwendung dieses Kreisprozesses auf beliebig viele Körper kürzt die Ableitung und ermöglicht es, ihn so an die Spitze zu stellen, daß die anschließenden rein mathematischen Entwicklungen nicht gestört werden. Ein weiterer, ebenfalls beschriebener Kreisprozeß bietet Vorteile bei der Ableitung des Satzes von der Vermehrung der Entropie.

Des Zusammenhanges wegen ist es unvermeidlich, die Erörterungen im Rahmen einer fast vollständigen Ableitung des 2. Hauptsatzes durchzuführen. Diese soll, soweit sie nicht durch die nachstehend beschriebenen Kreisprozesse oder zum Teil auch mit dem Ziele einer leichteren Verständlichkeit neugestaltet wird, sich möglichst an die Planncksche Beweisführung anschließen.

1. Ableitung der Entropiedefinition durch einen Kreisprozeß.

a) Mathematische Fragestellung.

Den Inhalt des 2. Hauptsatzes kann man einteilen in die Entropiedefinition und den Satz von der Vermehrung der Entropie[3]). Der zuerst zu beschreibende und im Mittelpunkt der nachfolgenden Betrachtungen stehende Kreisprozeß dient zur Ableitung der Entropiedefinition. Um die Bedeutung dieses Prozesses klarzustellen, sollen zunächst die im wesentlichen bekannten mathematischen und physikalischen Voraussetzungen, an die dieser Kreisprozeß anknüpft, kurz erörtert werden.

1) Die Grundgedanken dieser Untersuchung sind einer erstmalig im Jahre 1928 an der Technischen Hochschule München gehaltenen Vorlesung entnommen, der auch folgende Veröffentlichungen entstammen: H. Hausen, Zur Problemstellung und Formulierung des 2. Hauptsatzes der Thermodynamik, Forschung auf d. Geb. d. Ingenieurwesens 3, 203, 1932, und H. Hausen, Entropie und Wahrscheinlichkeit, Mitteilung aus d. Forschungsanst. des G.H.H.-Konzerns **2**, Heft 2, S. 51, 1932.

2) C. Carathéodory, Untersuchungen über die Grundlagen der Thermodynamik, Math. Ann. **67**, 355, 1909; ferner Berl. Ber. S. 39, 1925. Weniger abstrakt dargestellt von M. Born, Physik. Zeitschrift **22**, 218, 249, 282, 1921, und von A. Landé, Handb. d. Phys. Bd. 9 (Springer, Berlin 1926) S. 281.

3) Es ist indessen darauf hinzuweisen, daß auch schon R. Clausius eine, wenn auch nicht in allen Teilen strenge, Ableitung des 2. Hauptsatzes gegeben hat, die weder das ideale Gasgesetz benutzt noch die absolute Temperatur voraussetzt; vgl. R. Clausius, Abhandlungen über die mechanische Wärmetheorie, 1. Abt. (Vieweg, Braunschweig 1864), Abhandlung IV, S. 127, und R. Clausius, Die mechanische Wärmetheorie, 2. Aufl., Bd. I (Vieweg, Braunschweig 1876), Abschnitt IV, S. 95.

4) M. Planck, Sitzungsberichte der Preuß. Akademie d. Wissensch. S. 453, 1926, und Vorles. über Thermodynamik, 8. Aufl. (W. de Gruyter, Berlin und Leipzig 1927), S. 87ff. (im folgenden kurz zitiert als „Ber." bzw. „Thermodynamik").

1) Vgl. S. 519, Spalte 2.

2) Auf die grundsätzliche Möglichkeit eines solchen Kreisprozesses hat bereits M. Born, a. a. O. S. 252 und 253, hingewiesen. Vgl. ferner die in Fußnote 3 (S. 517) erwähnte Ableitung von Clausius.

3) Vgl. H. Hausen, Forschung a. a. O.

Nach dem 1. Hauptsatz ist die einem Körper bei einer unendlich kleinen umkehrbaren Zustandsänderung zugeführte Wärmemenge

$$dQ_r = du + dL_r, \tag{1}$$

wenn u seine innere Energie und L_r die von ihm nach außen reversibel abgegebene Arbeit bedeuten.

Der Ausdruck für dL_r und damit für dQ_r kann sehr verschieden sein, je nach der Art der Veränderlichen, wie Volumen, Oberfläche usw., die für die Arbeitsleistung maßgebend sind. Wird z. B. nur durch Veränderung des Volumens v unter Wirkung des Druckes p Arbeit geleistet, dann wird

$$dQ_r = du + p\,dv. \tag{2}$$

Wirkt hingegen z. B. außer p noch eine Oberflächenkraft γ, die bei Veränderung der Oberfläche ω einen nicht zu vernachlässigenden Betrag an Arbeit leistet, dann wird

$$dQ_r = du + p\,dv + \gamma\,d\omega. \tag{3}$$

dL_r und dQ_r sind unvollständige Differentiale. Das der Entropiedefinition zugrunde liegende Problem besteht nun darin, einen universellen, d. h. von den besonderen Eigenschaften des betrachteten Körpers unabhängigen integrierenden Nenner N zu finden, der dQ_r zu einem vollständigen Differential macht. Die allgemein durch

$$d\sigma = \frac{dQ_r}{N}, \tag{4}$$

im Falle der Gleichung (2) auch durch

$$d\sigma = \frac{du + p\,dv}{N} \tag{5}$$

bestimmte Funktion σ soll hiernach nur von den Zustandsgrößen des betrachteten Körpers, nicht aber von der Art der früher durchlaufenen Zustandsänderungen abhängen.

Wenn der Zustand des Körpers durch zwei der Zustandsgrößen, z. B. v und die empirisch festgelegte Temperatur t bestimmt ist, läßt sich stets rein mathematisch ein integrierender Nenner N ermitteln auf Grund der für das vollständige Differential geltenden Bedingung

$$\frac{\partial^2\sigma}{\partial t\,\partial v} = \frac{\partial^2\sigma}{\partial v\,\partial t}. \tag{6}$$

Wendet man diese Beziehung auf den Ausdruck (5) an, dann erhält man[1])

$$\left[\left(\frac{\partial u}{\partial v}\right)_t + p\right]\left(\frac{\partial \ln N}{\partial t}\right)_v - \left(\frac{\partial u}{\partial t}\right)_v\left(\frac{\partial \ln N}{\partial v}\right)_t = \left(\frac{\partial p}{\partial t}\right)_v. \tag{7}$$

Die Auflösung dieser partiellen Differentialgleichung liefert N, wenn p und u als Funktionen von v und t bekannt sind. Das allgemeine Integral von Gleichung (7) schließt stets eine große Zahl von Sonderfällen ein[1]). Ist nämlich N ein bestimmter integrierender Nenner, der $d\sigma$ zu einem vollständigen Differential macht, so ist, wenn $\psi(\sigma)$ eine willkürliche Funktion von σ allein bedeutet, auch $\dfrac{N}{\psi(\sigma)}$ (oder auch $N \cdot \psi(\sigma)$) ein integrierender Nenner, da dann auch

$$\frac{du + p\,dv}{\dfrac{N}{\psi(\sigma)}} = \psi(\sigma) \cdot d\sigma \tag{8}$$

ein vollständiges Differential ist. Im allgemeinen ergeben sich nach Gleichung (7) von Körper zu Körper andere Ausdrücke für N. Existiert aber, wie sich nicht mathematisch, sondern nur physikalisch feststellen läßt, ein universeller integrierender Nenner, so muß dieser stets in der für einen bestimmten Körper ermittelten allgemeinen Lösung von Gleichung (7) als Sonderfall mit enthalten sein. Alle übrigen Sonderfälle derselben Lösung gelten im allgemeinen nur für den betreffenden Körper allein.

Wie eng die Frage nach dem universellen integrierenden Nenner ihrem Wesen nach mit Kreisprozessen zusammenhängt, erkennt man daraus, daß sich Gleichung (6) geometrisch durch einen unendlich kleinen Kreisprozeß deuten läßt. In Fig. 1, in der eine Funktion z abhängig von zwei Veränderlichen x und y dargestellt ist, seien P und Q zwei unendlich benachbarte Punkte der Fläche $z = f(x, y)$. Legt man durch P und Q senkrechte Ebenen parallel zur x- und y-Achse, so wird aus der z-Fläche das durch den Linienzug $PAQBP$ begrenzte Flächenstück ausgeschnitten. Ist nun dz ein vollständiges Differential, so muß man nach Durchlaufen des genannten Linienzuges wieder den ursprünglichen Wert von z erhalten, d. h. die Summe aller Änderungen von z muß Null sein. Da die Einzelbeträge

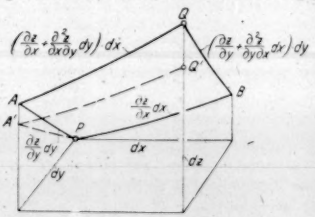

Abb. 1. Geometrische Deutung des vollständigen Differentials durch einen unendlich kleinen Kreisprozeß.

[1]) Vgl. H. Hausen, Forschung a. a. O. S. 204.

[1]) Vgl. M. Planck, a. a. O. Ber. § 5 S. 457 und Thermodynamik § 121 S. 91.

der Änderungen von z bis auf Größen höherer Ordnung nacheinander durch die Ausdrücke

$$\frac{\partial z}{\partial y}dy;\quad \left(\frac{\partial z}{\partial x}+\frac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}dy\right)dx;$$

$$-\left(\frac{\partial z}{\partial y}+\frac{\partial^2 z}{\partial y\partial x}dx\right)dy;\quad -\frac{\partial z}{\partial x}dx$$

gegeben sind, folgt durch Nullsetzen der Summe

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}=\frac{\partial^2 z}{\partial y\partial x},$$

was der Form nach mit Gleichung (6) übereinstimmt. Man kann hiernach den integrierenden Nenner an Stelle durch Gleichung (6) grundsätzlich ebensogut durch einen Kreisprozeß bestimmen auf Grund der Bedingung, daß für einen Kreisprozeß die gesamte Änderung von z verschwinden soll.

Der Grundgedanke einer solchen Bestimmung von N läßt sich ebenfalls an Hand der Fig. 1 anschaulich erläutern. Ist dz ein vollständiges Differential, dann wird von P aus auf den beiden Wegen über A und B derselbe Punkt Q erreicht. Ist hingegen dz ein unvollständiges Differential, dann wird über A' ein anderer Punkt, z. B. Q', erreicht als über B, so daß auch der Zuwachs dz verschieden ist. Multipliziert man aber dz mit einer Funktion $\tau=\tau(x,y)$, die auf dem Wege über A' im Mittel einen größeren Wert hat als auf dem Wege über B, dann muß es möglich sein, τ so zu bestimmen, daß die Punkte Q und Q' wieder zusammenfallen. Hat τ diese Eigenschaft außer für P und Q auch für alle anderen einander benachbarten Punkte, dann ist τ ein integrierender Faktor oder $N=\frac{1}{\tau}$ ein integrierender Nenner.

b) Physikalische Grundannahme.

Die Erfahrungsgrundlage, von der Planck in seinem Beweis des 2. Hauptsatzes ausgeht, ist ihrem Wesen nach eine Aussage über Kreisprozesse. Dies trifft, wie folgende Überlegung zeigt, schon für die erste von Planck gewählte Fassung zu: „Es ist auf keinerlei Weise möglich, einen Vorgang, in welchem Wärme durch Reibung entsteht, vollständig rückgängig zu machen." Hierbei ist nämlich vorausgesetzt, daß, abgesehen von der Wiederabkühlung des durch die Reibung erwärmten Körpers, die an dem Rückverwandlungsprozeß beteiligten Körper keinerlei bleibende innere Veränderungen, d. h. bleibende Änderungen ihrer Zustandsgrößen p, v, u, t usw. erleiden, daß also jeder dieser Körper einen geschlossenen Kreisprozeß durchläuft. Unmittelbar ausgesprochen ist die Beziehung auf Kreisprozesse in der zweiten Fassung von Planck, die den Satz von der Unmöglichkeit des perpetuum mobile zweiter Art zum Ausdruck bringt: „Es ist unmöglich, eine periodisch wirkende Maschine zu konstruieren, die weiter nichts bewirkt als Hebung einer Last und Abkühlung eines Wärmereservoirs"[1]. Es entspricht also dem Wesen dieses auch im folgenden benutzten Erfahrungssatzes, daß man seinen Inhalt nur dann voll auswerten kann, wenn man ihn auf Kreisprozesse anwendet.

Wie schon in der Einleitung erwähnt, enthält auch der Plancksche Beweis an entscheidender Stelle, wenn auch nur schwer erkennbar, eine Aussage über Kreisprozesse. Denn der zweite Satz Satz des § 124 in M. Planck, Thermodynamik a. a. O. S. 93 lautet: „Wenn ein beliebiges System von Körpern durch irgendeinen reversibeln physikalischen oder auch chemischen Prozeß aus einem Zustand Z in einen andern Zustand Z' übergegangen ist, der sich vom Zustand Z nur dadurch unterscheidet, daß ein einziger Körper der soeben betrachteten Art eine Veränderung erlitten hat und daß ein Gewicht seinen Schwerpunkt entsprechend verschoben hat, so ist die Entropie in beiden Zuständen die nämliche." Dieser Satz gilt, wie die Anwendung auf § 128 lehrt, nicht nur für den Fall, daß überhaupt nur der betrachtete Körper Veränderungen erlitten hat, sondern auch dann, wenn sich andere Körper des Systems zwar vorübergehend, z. B. durch Wärmeaustausch mit dem ersten Körper, an dem Vorgang beteiligt haben, am Ende aber ihren Anfangszustand wieder erreicht haben. Die vorübergehend beteiligten Körper müssen also geschlossene Prozesse durchlaufen haben. Den Beweis für diese allgemeinere Aussage hat Planck vielleicht im dritten Satz des § 124 angedeutet; eine ausführliche Begründung kann etwa in folgender Weise erbracht werden.

Wenn der in § 124 erwähnte einzige Körper I mit einem zweiten Körper II, der nur eine vorübergehende Veränderung erleidet, in Wärmeaustausch getreten ist und hierbei eine bestimmte Wärmemenge Q reversibel aufgenommen hat, so beträgt die Entropieänderung der beiden Körper nach Gleichung (52a) in § 121:

$$\Delta S_{\mathrm{I}}=\int\frac{dQ}{N_{\mathrm{I}}}$$

$$\Delta S_{\mathrm{II}}=-\int\frac{dQ}{N_{\mathrm{II}}}=0.$$

Das zweite Integral verschwindet, weil Körper II einen geschlossenen Kreisprozeß durchlaufen hat. Solange man nichts Näheres weiß, ist es berechtigt, anzunehmen, daß im allgemeinen die integrierenden Nenner N_{I} und N_{II} beider Körper verschieden sind, daß sich also auch ΔS_{I} von ΔS_{II} unterscheidet. Es wäre hiernach denkbar, daß sich in einem adiabatisch abgeschlossenen System zwar ein Zustand größerer Entropie, solange nur ein einziger Körper eine Änderung erleidet, entsprechend § 122 Ziff. 2 nur auf irreversiblem Wege erreichen läßt, daß sich aber trotzdem derselbe Zustand auch auf umkehrbarem Wege erreichen läßt, nämlich dann, wenn man einen zweiten Körper, der einen geschlossenen Kreisprozeß durchläuft, zu Hilfe nimmt, so daß

1) Vgl. M. Planck, a. a. O., Thermodynamik § 116 S. 87.

$\Delta S_1 > 0$ wird. Um zu zeigen, daß dies nicht möglich ist, denke man sich zunächst den Prozeß nur unter Veränderung eines einzigen Körpers, der zuerst eine umkehrbare Zustandsänderung wie in § 121 und dann eine nicht umkehrbare Zustandsänderung wie in § 122 Ziff. 2 erleidet, durchgeführt. Dann werde das ganze System unter Umkehrung des vorher beschriebenen reversiblen Prozesses, an dem der zweite Körper mitbeteiligt ist, wieder in den Anfangszustand zurückgebracht. Dann wäre aber ein irreversibler Prozeß, wenn auch auf anderem Wege, wieder vollständig rückgängig gemacht, was der von Planck in § 112 gegebenen Definition der Irreversibilität widerspricht.

In vorliegendem Aufsatz (vgl. S. 523) soll jedoch die Aussage, daß ein irreversibler adiabatischer Vorgang auch auf anderem Wege nicht wieder rückgängig gemacht werden kann, erst als Folgerung aus dem zweiten Hauptsatz betrachtet und daher, wie meist üblich, die Definition der Irreversibilität darauf beschränkt werden, daß es bei nicht umkehrbaren Vorgängen unmöglich ist, die früher durchlaufenen Zustände genau wieder in umgekehrter Reihenfolge zu durchlaufen. Auch bei dieser Definition der Irreversibilität [die der in Fußnote 1 (S. 520) gegebenen wesensgleich ist] läßt sich der Beweis mit Hilfe des zuletzt beschriebenen Prozesses, der in seiner Gesamtheit einen Kreisprozeß mit zwei Körpern darstellt, durchführen. Man kann entweder darauf hinweisen, daß der letzte umkehrbare Teilvorgang dieses Prozesses ein Mittel wäre, um die Wärmeerzeugung durch Reibung rückgängig zu machen, was dem an die Spitze gestellten Erfahrungssatz widerspricht. Man kann aber auch in engerer Anlehnung an den Satz von der Unmöglichkeit des Perpetuum mobile zweiter Art den Prozeß wie folgt abändern. Die durch den zweiten irreversibeln Teilvorgang bewirkte Entropievergrößerung läßt sich auch umkehrbar bewerkstelligen, indem man aus einem Wärmereservoir, das dieselbe Temperatur wie der fragliche Körper hat, diesem Körper eine entsprechende Wärmemenge zuführt. Nach dem 1. Hauptsatz würde diese Wärmemenge vollständig in Arbeit verwandelt, und zwar durch einen periodisch durchführbaren Vorgang, es wäre also das perpetuum mobile zweiter Art verwirklicht.

Aus diesen Überlegungen heraus ergaben sich die Grundgedanken des in vorliegender Untersuchung beschriebenen Kreisprozesses, der jedoch so weit verallgemeinert wurde, daß er das Wesentliche der in § 125–128 dargestellten Gedankengänge der Planckschen Beweisführung von vornherein mit enthält.

Herrn Geheimrat Planck, der mir einen Gedankenaustausch über diese Fragen ermöglichte, sei auch an dieser Stelle aufrichtig gedankt.

c) Umkehrbar adiabatischer Kreisprozeß.

Bei dem nachstehend beschriebenen Kreisprozeß soll, wie schon erwähnt, weder das ideale Gasgesetz benutzt, noch die absolute Temperatur vorausgesetzt werden, es soll aber vor allem auch der meist übliche Umweg vermieden werden, den zweiten Hauptsatz zunächst nur für einen einzelnen Körper abzuleiten und dann erst auf Systeme mit beliebig vielen Körpern auszudehnen. Es entspricht vielmehr der sehr allgemeinen Fragestellung nach einem universellen integrierenden Nenner, den Kreisprozeß sofort mit einem System von beliebig vielen Körpern durchzuführen.

Der Kreisprozeß soll umkehrbar adiabatisch geleitet werden. Die Umkehrbarkeit sei dadurch definiert, daß in allen Zuständen, die das System durchläuft, Gleichgewicht besteht[1]). Adiabatisch sei der Prozeß in bezug auf das Gesamtsystem, das keinerlei Wärme mit der Umgebung austauschen soll. Hingegen dürfen die Körper, soweit nicht anderes gesagt ist, unter sich Wärme austauschen.

Die Zahl der beteiligten Körper sei n. Einer oder mehrere dieser Körper können auch chemisch reagierende Systeme sein, die sich in jedem Augenblick im chemischen Gleichgewicht befinden.

Ferner sei zunächst angenommen, daß der Zustand jedes Körpers durch die Angabe von zwei der Zustandsvariabeln, z. B. v und t, eindeutig bestimmt und die etwa geleistete Arbeit durch $dL_r = p\,dv$ ausgedrückt werden kann. Dann besteht jedenfalls nach Gleichung (7) für jeden Körper ein, wenn auch vorerst noch als rein individuell zu betrachtender integrierender Nenner N und eine entsprechende Zustandsfunktion σ. Von den hierbei möglichen unendlich vielen Ausdrücken für N denken wir uns für jeden Körper einen bestimmten ausgewählt und während des ganzen Prozesses festgehalten. Den Zustand jedes Körpers kann man sich dann statt durch v und t auch durch σ und t bestimmt denken.

Der Kreisprozeß besteht aus folgenden vier Einzelvorgängen, die dem Grundgedanken nach mit den vier Stufen des Carnotschen Kreisprozesses übereinstimmen:

1. Alle Körper haben dieselbe unveränderliche Temperatur t und erleiden bei dieser eine umkehrbare Zustandsänderung, indem sie untereinander unendlich kleine Wärmemengen austauschen. Sind dQ_{r_1}, dQ_{r_2} ... bis dQ_{r_n} die Wärmemengen, die die einzelnen Körper hierbei aufnehmen, dann lautet die adiabatische Bedingung für das Gesamtsystem

$$dQ_{r_1} + dQ_{r_2} + \cdots + dQ_{r_n} = 0.$$

Diese Bedingung kann, wenn N_1, N_2 usw. die integrierenden Nenner der Körper und σ_1, σ_2 usw. die hierdurch bestimmten Zustandsfunktionen bedeuten, nach Gleichung (4) auch in folgender Form geschrieben werden:

$$N_1 d\sigma_1 + N_2 d\sigma_2 + \cdots + N_n d\sigma_n = 0. \quad (9)$$

1) Alle anderen Zustandsänderungen seien somit als „nicht umkehrbar" bezeichnet; vgl. auch 1. Spalte, S. 520.

2. Alle Körper werden ohne gegenseitigen Wärmeaustausch durch umkehrbar adiabatische Expansion oder Kompression auf die von t verschiedene Temperatur t' gebracht, wobei nach Gleichung (4) σ_1, σ_2 usw. bis σ_n ungeändert bleiben.
3. Bei der unveränderlichen Temperatur t' wird der Zustand aller Körper wieder durch gegenseitigen Wärmeaustausch unendlich wenig geändert. Dann gilt ähnlich wie bei der Temperatur t

$$N'_1 d\sigma'_1 + N'_2 d\sigma'_2 + \cdots N'_n d\sigma'_n = 0. \quad (10)$$

Den Wärmeaustausch wollen wir uns hierbei so geleitet denken, daß $d\sigma'_1 = -d\sigma_1$, $d\sigma'_2 = -d\sigma_2$ usw. bis $d\sigma'_{n-1} = -d\sigma_{n-1}$ wird, daß also die ursprünglichen Änderungen der σ-Werte aller Körper einschließlich des $(n-1)$ten gerade rückgängig gemacht werden. Die Änderung $d\sigma'_n$ des letzten Körpers ist dann nicht mehr frei wählbar, sondern durch Gleichung (10) mitbestimmt.
4. Alle Körper werden ohne gegenseitigen Wärmeaustausch umkehrbar adiabatisch wieder auf die Anfangstemperatur t gebracht, wobei die σ-Werte unverändert bleiben. Am Ende des Prozesses haben somit alle Körper bis zum $(n-1)$ten außer der Temperatur t auch wieder die ursprünglichen Werte von $\sigma_1, \sigma_2 \ldots \sigma_{n-1}$, bei diesen Körpern ist daher der Anfangszustand wieder vollständig hergestellt.

Die Frage, ob nach Beendigung des Kreisprozesses auch σ_n wieder seinen ursprünglichen Wert angenommen hat, ist, wie sich zeigen wird, von entscheidender Bedeutung dafür, ob zwischen den integrierenden Nennern der verschiedenen Körper ein universeller Zusammenhang besteht. Da vom mathematischen Standpunkt aus für den integrierenden Nenner jedes Körpers unendlich viele mögliche Ausdrücke existieren, hängt der Wert von $d\sigma'_n$ nach Gleichung (10) davon ab, auf welche spezielle Wahl der integrierenden Nenner man sich festgelegt hat. Rein mathematisch ist daher $d\sigma'_n$ vieldeutig und somit unbestimmt. Man kann aber auf physikalischem Wege $d\sigma'_n$ eindeutig ermitteln, indem man auf den beschriebenen Kreisprozeß den Satz von der Unmöglichkeit des Perpetuum mobile zweiter Art anwendet.

d) Anwendung des Planckschen Erfahrungssatzes.

Nimmt man der Einfachheit halber an, daß der integrierende Nenner N_n des $n$ten Körpers bei der Temperatur t positiv ist[1]), dann erhält man den gesuchten Endwert von σ_n durch folgende Überlegung. Wäre σ_n am Ende des Prozesses um $\delta\sigma_n$ kleiner als im Anfangszustand, dann könnte man den Anfangszustand des $n$ten Körpers wieder herstellen, indem man diesem Körper die Wärmemenge $\delta Q_n = N_n \delta\sigma_n$ aus einem Wärmebehälter von derselben Temperatur t umkehrbar zuführt. Damit wäre auch der Anfangszustand des ganzen Körpersystems wieder vollständig erreicht. Nach dem ersten Hauptsatz wäre dann die gesamte dem System zugeführte Wärme δQ_n gleich der vom System geleisteten Arbeit δL_r, d. h. δQ_n würde vollständig in mechanische Arbeit verwandelt. Da hierdurch die nach dem Planckschen Erfahrungssatz als unmöglich bezeichnete Maschine, somit also das Perpetuum mobile zweiter Art verwirklicht würde, ist der angenommene Fall unmöglich. Aber auch der entgegengesetzte Fall, daß die Entropie des $n$ten Körpers größer ist als im Anfangszustand, erweist sich als ausgeschlossen. Da nämlich der beschriebene Prozeß in allen Teilen umkehrbar sein soll, brauchte man ihn nur in der umgekehrten Richtung verlaufen zu lassen, um auch im zweiten Falle ein Perpetuum mobile zweiter Art zu erhalten. Es bleibt daher nur die Möglichkeit, daß σ_n am Ende ebenso groß ist wie am Anfang. Bei dem betrachteten Kreisprozeß haben daher alle Körper am Ende dieselben σ-Werte wie im Anfangszustand[1]).

e) Ableitung des universellen integrierenden Nenners.

Der universelle integrierende Nenner läßt sich aus den bisherigen Ergebnissen rein mathematisch auf dem erstmalig von Carathéodory angegebenen Wege ableiten. Nachstehend soll in Anlehnung an die von Planck[2]) gewählte Darstellungsweise versucht werden, eine etwas ausführlichere und dadurch möglichst leicht verständliche Ableitung zu geben.

Da wir nach dem Ergebnis des letzten Abschnittes für alle Körper einschließlich des $n$ten zu setzen haben:

$$d\sigma'_1 = -d\sigma_1, \quad d\sigma'_2 = -d\sigma_2, \quad \cdots \quad d\sigma'_n = -d\sigma_n,$$

erhalten wir durch Einsetzen in Gleichung (10)

$$N'_1 d\sigma_1 + N'_2 \cdot d\sigma_2 + \cdots + N'_n \cdot d\sigma_n = 0. \quad (11)$$

1) Bei negativem N_n gelten die folgenden Überlegungen in umgekehrter Reihenfolge.

1) Dies stimmt im wesentlichen mit dem Ergebnis überein, das Planck a. a. O., Ber. § 12 und Thermodynamik § 128 ausgesprochen hat.

2) Vgl. M. Planck, a. a. O. Ber. § 11f. und Thermodynamik § 129f.

Dividiert man Gleichung (9) durch N_n, Gleichung (11) durch N'_n, so folgt durch Subtraktion

$$\left(\frac{N_1}{N_n}-\frac{N'_1}{N'_n}\right)d\sigma_1+\left(\frac{N_2}{N_n}-\frac{N'_2}{N'_n}\right)d\sigma_2+\cdots\cdots+\left(\frac{N_{n-1}}{N_n}-\frac{N'_{n-1}}{N'_n}\right)d\sigma_{n-1}=0. \quad (12)$$

Da $d\sigma_1$, $d\sigma_2\ldots$ bis $d\sigma_{n-1}$ in dem Kreisprozeß willkürlich wählbar sind, kann Gleichung (12) nur dann unbeschränkt gelten, wenn die Koeffizienten von $d\sigma_1$, $d\sigma_2$ usf. einzeln verschwinden. Man erhält daher

$$\frac{N_1}{N'_1}=\frac{N_2}{N'_2}=\cdots\cdots\frac{N_{n-1}}{N'_{n-1}}=\frac{N_n}{N'_n}. \quad (13)$$

Denken wir uns nun t' festgehalten und lassen wir t beliebige Werte durchlaufen, dann ändert sich nach Gleichung (13) das Verhältnis $\frac{N}{N'}$ für alle Körper in gleichem Maße. Dieses Verhältnis ist daher unabhängig von den besonderen Eigenschaften der Körper, d. h. unabhängig von den individuellen Zustandsgrößen v, u, σ usw., es kann somit nur eine Funktion der allen Körpern gemeinsamen Temperatur t sein. Diese gemeinsame Temperaturfunktion sei mit $f(t)$ bezeichnet.

Da ferner der Zustand jedes der beteiligten Körper statt durch v und t auch durch σ und t eindeutig festgelegt werden kann, kann man auch N_1 als Funktion von σ_1 und t, N_2 als Funktion von σ_2 und t usw. darstellen. Entsprechend ist N'_1 eine Funktion von σ_1 und t', N'_2 eine Funktion von σ_2 und t' usw., wenn man berücksichtigt, daß bei dem betrachteten Kreisprozeß bis auf unendlich kleine Größen $\sigma'_1=\sigma_1$, $\sigma'_2=\sigma_2$ usw. war. Da aber t' unveränderlich sein soll, ist N'_1 eine Funktion $\psi_1(\sigma_1)$ von σ_1 allein, N'_2 eine Funktion $\psi_2(\sigma_2)$ von σ_2 allein, usf. An Stelle der Gleichung (13) können wir daher auch schreiben:

$$\frac{N_1}{\psi_1(\sigma_1)}=\frac{N_2}{\psi_2(\sigma_2)}=\cdots\cdots\frac{N_n}{\psi_n(\sigma_n)}=f(t). \quad (14)$$

Nach Gleichung (8) ist hiernach $f(t)$ gemeinsamer integrierender Nenner für alle an dem umkehrbaren Kreisprozeß beteiligten Körper. Da aber diese Körper willkürlich gewählt waren und durch beliebige andere ersetzt werden können, ist $f(t)$ universeller integrierender Nenner für alle Körper, deren Zustand durch je zwei Zustandsvariable eindeutig bestimmt und bei denen $dL_r=p\,dv$ gesetzt werden kann.

Eine einfache Betrachtung lehrt, daß dies auch für Körper gilt, die dieser Bedingung nicht genügen. Es sei z. B. der $n$te Körper des Kreisprozesses dieser Art, während die übrigen Körper wie bisher die genannte Bedingung erfüllen. Da dann jedenfalls $f(t)$ gemeinsamer integrierender Nenner für die ersten $n-1$ Körper ist, erhalten wir zunächst an Stelle von Gleichung (9) und (10) unter Benutzung von Gleichung (4):

$$f(t)\,[d\sigma_1+d\sigma_2+\cdots+d\sigma_{n-1}]+dQ_{r_n}=0; \quad (9a)$$

$$f(t')\,[d\sigma'_1+d\sigma'_2+\cdots+d\sigma'_{n-1}]+dQ'_{r_n}=0. \quad (10a)$$

Berücksichtigt man außerdem, daß bei dem Kreisprozeß $d\sigma'_1=-d\sigma_1$, $d\sigma'_2=-d\sigma_2$ usw. bis $d\sigma'_{n-1}=-d\sigma_{n-1}$ sein soll, so erhält man, wenn man Gleichung (9a) durch $f(t)$, Gleichung (10a) durch $f(t')$ dividiert und beide Gleichungen addiert,

$$\frac{dQ_{r_n}}{f(t)}+\frac{dQ'_{r_n}}{f(t')}=0. \quad (15)$$

Da der $n$te Körper, wie auch in diesem Falle aus dem Satz von der Unmöglichkeit des Perpetuum mobile zweiter Art folgt, einen geschlossenen Kreisprozeß durchläuft, ist durch Gleichung (17) erwiesen, daß die Summe der Änderungen

$$d\sigma_n=\frac{dQ_{r_n}}{f(t)}$$

für einen geschlossenen Kreisprozeß verschwindet. $f(t)$ ist hiernach auch dann integrierender Nenner, wenn der Zustand des betrachteten Körpers von mehr als zwei Veränderlichen abhängt oder $dL_r\neq p\,dv$ ist.

Die Funktion $f(t)$ läßt sich grundsätzlich aus den gemessenen Zustandsgrößen eines einzigen, beliebig ausgewählten Körpers bestimmen. Wenn der Zustand des benutzten Körpers nur von v und t abhängt und p und u als Funktionen von v und t bekannt sind, kann man $f(t)$ aus Gleichung (7) durch Integration berechnen, indem man $N=f(t)$ einsetzt[1]). Da sich hierbei ergibt, daß $f(t)$ nicht nur, wie nachgewiesen, eine universelle Temperaturfunktion ist, sondern auch einen nicht unterschreitbaren absoluten Nullpunkt besitzt, ist diese Funktion als absoluter Temperaturmaßstab geeignet. Sie sei daher als exakte Definition der absoluten Temperatur gewählt und im folgenden mit T bezeichnet.

1) Man gelangt so zu dem von M. Planck a. a. O., Thermodynamik § 160 S. 129 angeführten Ergebnis.

f) Entropiedefinition.

Mit dem universellen integrierenden Nenner T erhält man als allgemeinste Definitionsgleichung der Entropie

$$ds = \frac{dQ_r}{T}. \tag{16}$$

Wenn der Zustand des betrachteten Körpers, wie in den weitaus meisten Fällen der Thermodynamik, durch zwei Zustandsvariable, z. B. v und t eindeutig bestimmt und $dL_r = p\,dv$ ist, dann erhält man nach Gleichung (5)

$$ds = \frac{du + p\,dv}{T}. \tag{17}$$

Diese auch von Planck[1]) benutzte Entropiedefinition hat vor der noch allgemeineren Gleichung (16) den Vorzug, daß die Entropie vollständig auf die gebräuchlichen Zustandsgrößen p, v und u zurückgeführt ist.

Bezeichnen wir die Summe der Entropien der zu einem System gehörenden Körper als Gesamtentropie S, dann ergibt sich in bekannter Weise der Satz: Bei jeder umkehrbaren Zustandsänderung eines gegen die Umgebung adiabatisch abgeschlossenen Körpersystems bleibt die Gesamtentropie des Systems ungeändert.

Umgekehrt kann man grundsätzlich ein System stets auf umkehrbar adiabatischem Wege in jeden anderen Zustand überführen, in dem die Gesamtentropie denselben Wert hat wie im Ausgangszustand[2]).

2. Ableitung des Satzes von der Vermehrung der Entropie mit Hilfe eines Kreisprozesses.

Wenn der universelle integrierende Nenner bekannt und damit auch die Entropiedefinition gegeben ist, läßt sich der Satz von der Vermehrung der Entropie ohne weitere Benutzung eines Kreisprozesses nach den von Carathéodory und Planck angegebenen Verfahren ableiten. Wie jedoch aus dem Folgenden hervorgeht, ist auch in diesem Falle die Anwendung eines Kreisprozesses von Vorteil, da er eine klare und sehr kurze Ableitung ermöglicht.

Dieser Kreisprozeß hat den Zweck, zu zeigen, daß die Gesamtentropie bei den jetzt nicht mehr als umkehrbar vorausgesetzten Veränderungen eines adiabatisch abgeschlossenen Systems nicht abnehmen kann. Wäre die Entropie des Systems im Endzustand, in dem einer oder mehrere der beteiligten Körper die Temperatur T_{II} haben mögen, um den Betrag ΔS_{II} kleiner als im Anfangszustand, dann ließe sich ein solcher Vorgang in folgender Weise zur Verwirklichung eines Perpetuum mobile zweiter Art ausnutzen. Man könnte zunächst die ursprüngliche Entropie S_I wieder herstellen, indem man den auf der Temperatur T_{II} befindlichen Körpern aus einem Wärmereservoir von der Temperatur T_{II} die Wärmemenge $\Delta Q_{II} = T_{II} \cdot \Delta S_{II}$ umkehrbar zuführt. Hierauf könnte man das System nach dem zuletzt erwähnten Satze umkehrbar adiabatisch wieder in den Anfangszustand zurückführen. Das System hätte dann einen geschlossenen Kreisprozeß durchlaufen. Da in diesem Kreisprozeß ΔQ_{II} die einzige dem System zugeführte Wärme darstellen würde, müßte nach dem ersten Hauptsatz ΔQ_{II} vollständig in Arbeit verwandelt worden sein. Da aber hiermit das Perpetuum mobile zweiter Art verwirklicht wäre, ist die gemachte Annahme unmöglich.

Folgende Überlegung lehrt weiterhin, daß bei einer nicht umkehrbaren adiabatischen Zustandsänderung die Gesamtentropie auch nicht ungeändert bleiben kann. Der Nachweis hierfür ist nicht überflüssig, denn es ist nicht von vornherein selbstverständlich, daß sich die Entropie bei nicht umkehrbaren Vorgängen anders verhält als bei umkehrbaren. Hätte die Entropie am Ende eines nicht umkehrbaren Prozesses denselben Wert wie am Anfang, dann müßten auch alle Zwischenzustände dieselbe Entropie haben, weil anderenfalls Teilvorgänge mit Entropiezunahme und Teilvorgänge mit Entropieabnahme aufeinanderfolgen müßten, letztere aber bereits als unmöglich erkannt sind. Hätten aber alle Zwischenzustände die gleiche Entropie, dann wäre zwischen je zwei beliebigen nacheinander durchlaufenen Nachbarzuständen des Systems ein umkehrbar adiabatischer Übergang möglich, man könnte daher den ganzen Prozeß im umgekehrten Sinne durchlaufen. Da dies der vorausgesetzten Nichtumkehrbarkeit des Prozesses widerspricht, kann die Entropie nicht ungeändert bleiben.

Da somit nur eine Entropiezunahme möglich bleibt, gelangen wir zu folgendem Ergebnis: Jeder Prozeß eines adiabatisch abgeschlossenen Systems verläuft in dem Sinne, daß die Summe der Entropien aller an dem Prozesse beteiligten Körper zunimmt. Nur im Grenzfall der umkehrbaren adiabatischen Zustandsänderung bleibt die Gesamtentropie konstant.

Bei dieser Formulierung des Entropieprinzips wird mit Absicht nicht von „von selbst verlaufenden", sondern von „adiabatischen" Prozessen gesprochen, weil es nur auf die adiabatische Bedingung ankommt, während Arbeit

[1]) M. Planck, a. a. O. Ber. § 5 und 14, und Thermodynamik § 121 und 130.

[2]) Vgl. z. B. M. Planck, Vorl. über Thermodynamik, 6. Aufl. (1921), § 123.

mit der Umgebung beliebig ausgetauscht werden kann. Die praktische Anwendung des Entropieprinzips wird hierdurch wesentlich erleichtert, weil adiabatisch abgeschlossene Systeme sich durch Einbeziehung aller etwa durch Wärmeaustausch beteiligten Körper im allgemeinen ohne besondere Schwierigkeit angeben lassen.

Der Satz von der Vermehrung der Entropie erweitert den Begriff der Nichtumkehrbarkeit in universellem Sinne. Während nämlich aus der üblichen Definition der Nichtumkehrbarkeit[1]) zunächst nur folgt, daß die Umkehr des Prozesses auf dem ursprünglich durchlaufenen Wege unmöglich ist, besagt das Entropieprinzip, daß der Anfangszustand auch auf beliebigen anderen Wegen nicht wieder vollständig erreicht werden kann, weil dies einen Vorgang mit Entropieabnahme bedeuten würde. Diese Aussage gilt nur für adiabatische Prozesse, doch kann man sie auch ganz allgemein aussprechen, wenn man stets alle an dem Prozeß irgendwie beteiligten Körper, also auch etwaige Wärmereservoire, in das betrachtete System mit einbezieht.

Zusammenfassung.

Während Carathéodory die Ableitung des zweiten Hauptsatzes außer von anderem entbehrlichen Beiwerk auch von Kreisprozessen befreit hat, wird in vorliegender Abhandlung darauf hingewiesen, daß es mathematisch nicht notwendig ist, die Kreisprozesse auszuschalten und daß sie von grundlegender Bedeutung sind, wenn man von einer unmittelbar durch die Erfahrung bestätigten Grundannahme ausgeht. Ein Kreisprozeß sehr allgemeiner Art, der die Grundgedanken des Carnotschen Prozesses enthält, aber frei ist von der Benutzung des idealen Gases und der vielfach üblichen Voraussetzung der absoluten Temperatur, wird ausführlich erörtert. Durch die sofortige Anwendung dieses Kreisprozesses auf beliebig viele Körper ergibt sich eine verhältnismäßig kurze und übersichtliche Ableitung der Entropiedefinition. Auch das Prinzip von der Vermehrung der Entropie läßt sich mit Hilfe eines Kreisprozesses sehr kurz und klar ableiten.

1) Vgl. S. 520, 1. Spalte und Fußnote 1, S. 520.

(Eingegangen 22. Dezember 1933.)

Über Demonstrationen mit sehr kurzen Schallwellen und Rückwirkung eines Schallfeldes auf seine Quelle.

Von Heinz E. Meier.

Übersicht.

Es wird über eine bewährte Demonstrationsanordnung mit sehr tiefen Schallspiegeln berichtet (§ 1), eine zweckmäßige Ausführung von Pfeife und empfindlicher Flamme angegeben (§ 2) und mittels der dabei erreichten starken Konzentration des Schallfeldes gezeigt, daß es eine sehr starke Rückwirkung auf das Arbeiten der Quelle auszuüben vermag (§ 3). Z. B. vermag man bei geeigneter Einstellung mittels der in den Schallstrahl gehaltenen Hand die Pfeife willkürlich zum Schweigen oder zum Tönen zu bringen.

1. Vorangegangene Erfahrungen mit tiefen Schallspiegeln.

Um kurzwellige Schallstrahlen zur Demonstration intensiv und rein zu erhalten, waren im vorigen Jahr für die hiesige Physikvorlesung statt der gewohnten flachen Spiegel, die nur einen kleinen Teil der vom Brennpunkt kommenden Strahlung erfassen, den größeren Teil aber als störende Nebenerscheinung frei in den Hörsaal gehen lassen (Fig. 1a), Parabolspiegel von der Tiefe der doppelten Brennweite (Fig. 1b)

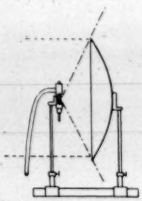

Fig. 1a.

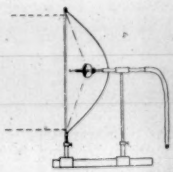

Fig. 1b.

eingeführt worden, die mehr als die Hälfte der Emission zum gerichteten Strahl zusammenfassen. Aus 1 mm starkem Messingblech gedrückt, sind sie bei 50 cm Durchmesser leicht und nach Fassung des Randes in einem schmalen Holzring steif genug, um bequem und sicher hantiert zu werden. Mittels eines am Holzrand angeschraubten Stiftes werden sie meist im Reiter auf einer Dreikantschiene aufgestellt.

Richtungserscheinungen, wie Beugungsmaxima eines Gitters, treten so klar hervor,

daß sie auch von einem ungeübten Auditorium mit Sicherheit unmittelbar abgehört werden. Das Gitter (2, dann 6 vertikale Spalte in Sperrholzplatte) deckt die Spiegelöffnung. Unter Benutzung eines leicht geneigten Pohlschen Drehtisches dreht man den Fächer der gebeugten Strahlen durch das Auditorium, wobei jeder Hörer das Vorbeiwandern der Maxima abhört. Besonders lebendig wirkt beim Gitter mit 6 Spalten das schrille Auftreten der Seitenmaxima, während der Sender bereits weit (40 bis 50°) von der Richtung auf den Hörer abweicht. Da die Bündel natürlich auch nach oben und unten eng begrenzt sind, empfiehlt es sich, nacheinander mit zwei verschiedenen Neigungen für die vorderen und hinteren Sitzreihen zu arbeiten. Besetzung des Auditoriums steigert die Klarheit, recht günstig ist Abhören mit hinter die Ohren gehaltenen hohlen Händen; beides setzt die Mitwirkung der Wellen herab, die von den Raumwänden her zurückkommen.

Die objektive Demonstration erfolgt mit schallempfindlicher Flamme. Die Flamme sitzt meist im Brennpunkt eines zylindrischen Parabolspiegels von etwa 10 cm Mantelhöhe, der wiederum doppelt so tief ist als seine Brennweite beträgt. Er umfaßt also die Flamme, schützt sie so vor unerwünschter Beeinflussung und steigert die Intensität der Beugungserscheinungen. Der Brennpunkt wird am besten durch Vor- und Zurückbewegen der Flamme und Rechts-Linksschwenken des Spiegels eingestellt. Es kommt dabei sehr auf Bruchteile eines Zentimeters an, wenn größte Schärfe herausgeholt werden soll. Die Brenneröffnung muß ungefähr in Höhe des unteren Spiegelrandes sein, da die empfindliche Zone der Flamme einige Zentimeter über der Öffnung liegt. Fig. 2 zeigt das Verhalten der Flamme im Beugungsfeld eines Doppelspaltes, aufgenommen mit einer Kamera, die oben auf dem Beugungsgitter sitzt und gemeinsam mit ihm und der Quelle geschwenkt wird; Abstand Gitter-Flamme etwa 3 m.

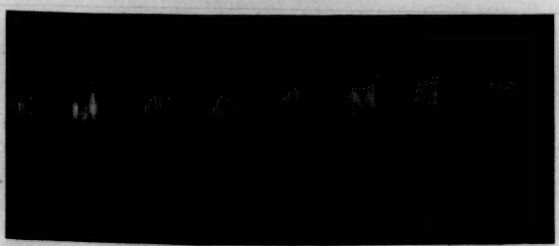

Fig. 2.

2.

Nachdem der erste Gebrauch im vorigen Jahr diese gute Eignung der neu hergestellten tiefen Spiegel in der Vorlesung erwiesen hatte, habe ich auf Veranlassung von Herrn Prof. Kossel die Ausarbeitung von Einzelheiten übernommen. Es wurden zweckmäßige Ausführungsformen für den Brenner der Flamme (§ 2a) und für die als Schallquelle dienende Galtonpfeife erprobt (§ 2b). Dabei zeigte sich, daß der so gut zusammengefaßte Schallstrahl überraschend starke Rückwirkungen auf die Pfeife auszuüben vermag (§ 3).

a) Der Brenner.

An ausgezogenen Glasröhren als Brennerspitzen (etwa 60 Stück) wurde festgestellt, daß das Gas der Flamme in möglichst beruhigtem Strome zugeführt werden muß, wenn diese in ungestörtem Zustande glatt und ruhig brennen soll. Abgesehen von der günstigen Form des Brenners, deren Erzielung Glückssache ist (75 Proz. Ausschuß), ist es wichtig, daß der Gasschlauch sorgfältig aufgeschoben und ohne scharfe Knicke zum Gashahn geführt wird. Es ist günstig, den einige Meter langen Schlauch vom Brenner aus zur Erde glatt herabhängen zu lassen, da sich dann Wirbel, die sich im Hahn usw. bilden, bis zum Eintritt des Gases in den Brenner ausgleichen können. Die Lebensdauer von Glasbrennern ist begrenzt. Infolge Erhitzung und Abkühlung springt das äußere Ende der Spitze bald ab. Die zurückbleibende unregelmäßige Kontur verhindert vielfach das glatte Brennen der Flamme. Unbequem ist ferner die oft allzu große Empfindlichkeit der Flamme.

Um allen Schwierigkeiten aus dem Wege zu gehen, wurde auf Grund der gesammelten Erfahrungen ein Brenner aus Messing hergestellt. Ein Rohr von 8 mm innerem Durchmesser verjüngt sich auf einer Länge von 40 mm konisch auf 2 mm Durchmesser; Gesamtlänge etwa 100 mm. Ein Brenner dieser Form zeigte gute, aber noch nicht übertriebene Empfindlichkeit, die Führung des Gasschlauches, schwache Luftströmungen und Geräusche spielten kaum eine Rolle mehr. Für den Hörsaal ist nämlich auch eine allzu hohe Empfindlichkeit der Flamme unerwünscht, damit sie allein auf die zu demonstrierenden Erscheinungen reagiert.

Sehr schön arbeiten auch Glasbrenner mit elliptischer Ausströmöffnung[1]), die eine kleinere, schwalbenschwanzförmige Flamme liefern. Bei der Störung durch Schallwellen schießt eine scharfe Spitze aus dem Sattel der Flamme hervor, oder das Bild der Flamme springt um 90° um, unter schwachem Rauschen.

Eine Nebenbeobachtung: die teilweise gezündete Flamme.

Bei manchen Glasbrennern mit kreisförmiger Öffnung zündet der Gasstrom beim Nähern eines Streichholzes von oben her nur im obersten Teil, während er unmittelbar über dem Brenner, bis zu einer Höhe von einigen Zentimetern, nicht entflammt wird. Die Grenze zwischen Flamme und ungezündetem Gasstrom ist scharf ausgeprägt und ändert ihre räumliche Lage nicht. Von dieser Grenzzone schießen schräg nach oben nach verschiedenen Seiten einzelne spitze Flammenwirbel heraus, wobei sich dieses Bild dauernd ändert. Das schon beim Öffnen des Gashahnes unabhängig vom Anzünden vorhandene leise Pfeifen ertönt in dem eigenartigen halbgezündeten Zustand sehr kräftig. Das Ganze stellt einen recht labilen Gleichgewichtszustand dar, der bei geringen Störungen in die normale Form der Flamme übergeht.

b) Die Schallquelle.

Um die Aussendung möglichst ungestörter, paralleler ebener Wellenfronten zu erzielen, wurde eine Galtonpfeife besonderer Form durchgebildet (Fig. 3). Sie wird von dem durch den Spiegelscheitel eingeführten Anblaserohr gehalten, so daß ihre ringförmige Mauföffnung, das eigentliche Zentrum der Erregung, im Brennpunkt liegt und die Quelle der Rotationssymmetrie des tiefen Parabolspiegels entspricht. Durch die auf der eigentlichen Pfeife sitzende kleine Kugelschale, die den vom Spiegel nicht umfaßten Raumwinkel deckt (Fig. 1b und 3), wird unmittelbare Ausstrahlung in Senderichtung vermieden. Die Einstellung der Maulweite erfolgt durch Verdrehen des linken Teiles der Pfeife (Fig. 3), von dem 3 Drahtbügel (in Fig. 3 versetzt gezeichnet) zu einem auf dem Anblaserohr laufenden Gewindering führen. Genaue Zentrierung ist bei der Herstellung unerläßlich. Die Pfeife wird mit Druckluft aus einer Druckflasche angeblasen.

3. Die Rückwirkungen aus dem Schallfeld auf die Pfeife.

Beim Arbeiten mit dem beschriebenen Schallsender fiel zunächst auf, daß ein in das parallele vom Parabolspiegel ausgehende Strahlenbündel senkrecht zur Senderichtung gestellter ebener Spiegel, eine Sperrholzplatte z. B., den Schwingungszustand der Pfeife beeinflußt. Bewegt man bei kräftig angeblasener Pfeife den Spiegel zur Quelle hin oder von ihr fort, so hört man ein deutliches Schwanken in der Lautstärke des ausgesendeten Tones. Bei schwach angeblasener Pfeife und passend eingestellter Maulweite gelingt es leicht, Stellungen des Spiegels zu finden, in denen die Pfeife völlig ausgelöscht wird. Man merkt dann bei Annäherung des Ohres an die Pfeife nur ein leises Sausen der ausströmenden Luft, ohne daß ein Ton zustande kommt. Diese ausgezeichneten Stellungen liegen, wie ein Vergleich mit der aus der Pfeifenlänge zu entnehmenden Wellenlänge ergibt, um $\lambda/2$ voneinander entfernt. Bei günstiger Einstellung der Maulweite erfolgt das Auslöschen in einem Bereich von einigen Prozent der Wellenlänge. Augenscheinlich hindert die am ebenen Spiegel reflektierte und vom Parabolspiegel am Pfeifenmaul wieder zusammengefaßte Welle die Pfeife am Schwingen, wenn sie dort in Gegenphase wieder eintrifft. Man hat eine Art Rückkoppelung aus dem Schallfeld vor sich, die der hydrodynamischen Selbststeuerung in der Quelle entgegenarbeitet, so daß das regelmäßige periodische Hin- und Herschlagen der Wirbel am Pfeifenmaul ausbleibt.

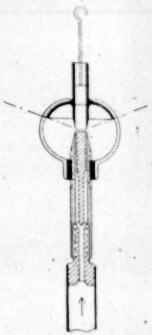

Fig. 3.

Als Gegenspiel war demnach zu erwarten, daß eine Pfeife, die gerade zu schwach angeblasen wird, um zu tönen, bei Spiegelstellungen zwischen den erwähnten zum Tönen gebracht wird. Auch dieses geschieht. Es ist nicht schwer, die Pfeife durch passende Einstellung von Anblasedruck und Maulweite so labil zu machen, daß sie durch die 1 m oder weiter von ihr entfernt in den Strahlengang gehaltene Hand zum Schweigen gebracht werden kann, oder nur tönt, wenn man die Hand hinhält. Auf 5 m und mehr wirkt die Zimmerwand, eine Verrückung des Senders um $\lambda/4$ genügt, die Pfeife zum Tönen oder Schweigen zu bringen. Dabei ist natürlich nötig, daß der Schallstrahl genau senkrecht auf die Wand trifft. Beim Herumschwenken des Drehtisches mit dem Sender tönt bzw. schweigt das System nur in einem engen Bereich, in dem die Senderichtung annähernd senkrecht zur Wand weist. Es genügt

1) H. Riegger und J. Zenneck, Zeitschr. f. d. phys. u. chem. Unterr. **26**, 165, 1913.

dann, durch den Schallstrahl zu gehen, etwa vor die getroffene Wandstelle zu treten, um den Ton zu löschen, der wieder auftaucht, sobald sich das unregelmäßig reflektierende Hindernis entfernt hat.

Es handelt sich dabei um Eigenschwingungen der sauber parallel angestoßenen Luftsäule oder genauer: des Systems Brennpunkt-Wand, dessen Knotenflächen zwischen Brennpunkt und Paraboloid kugelförmig, zwischen Paraboloid und Wand eben sind, angestoßen zu sehr hohem, etwa 100. bis 150. Oberton. Die vollkommene Sicherheit und Regelmäßigkeit dieses Ein- und Ausschaltens ist erstaunlich, die Schallstärke kann dabei erheblich sein. Sehr deutlich ist zu hören, daß der Ton nicht plötzlich in voller Stärke anspringt, sondern, wie anfänglich zögernd, sich lauter und lauter einschwingt. Selbst die Grenzschicht zwischen Luftmengen verschiedener Dichte, erzeugt durch eine normale Gasflamme, reflektiert genügend, um auf kurze Entfernungen Rückwirkungen zustande zu bringen.

Auch an ebenen Spiegeln allein kann die Rückwirkung gezeigt werden. Ein Sperrholzbrettchen allein genügt bereits; zwei einander parallele, deren Abstand geändert und zwischen denen die Pfeife hin- und herbewegt wird, ergeben die nach der Ausbildung stehender Wellen zu erwartenden Rückwirkungen auf die Pfeife; weitere Variationen ergeben sich, wenn man die Flamme hinzunimmt. Die Versuche sind mannigfaltig und hübsch, ihre Beschreibung würde indes nichts grundsätzlich Neues bringen. Immer wieder überrascht die Deutlichkeit der Lösch- und Anregewirkungen an der Pfeife, wenn sie sich auch mit ebenen Spiegeln nicht entfernt so weit verfolgen lassen, als mit dem im Hohlspiegel zusammengefaßten Schallstrahl.

Danzig, Physikalisches Institut der Techn. Hochschule.

(Eingegangen 4. Mai 1934.)

Zur Theorie der Wärmeleitung in Kristallen.

Von Ach. Papapetru.

Die genaue Theorie der Wärmeleitung in Kristallen ist von Peierls angegeben[1]). Die vollständige Durchführung war aber wegen rechnerischer Schwierigkeiten nicht möglich, es wurde nur die Temperaturabhängigkeit der Wärmeleitfähigkeit für die Grenzfälle hoher und tiefer Temperaturen bestimmt. Folgende vereinfachte Behandlung des Problems wird zu einer für das ganze Temperaturbereich geltenden Näherungsformel führen.

1) Ann. d. Phys. **3**, 1055, 1929.

Das Verfahren ist dem in der kinetischen Gastheorie benutzten ähnlich. Die Wärmeenergie des Kristalls denken wir uns auf die elastischen Wellen verteilt, deren Wechselwirkung ebenfalls mit einer freien Weglänge charakterisiert werden kann, wie das von Debye gezeigt ist. Gegenüber der Gastheorie gibt es aber einen wesentlichen Unterschied:

Die Verteilung der Gasatome bei ortsveränderlicher Temperatur ist nicht kugelsymmetrisch. Der Temperaturgradient bestimmt eine ausgezeichnete Richtung. Es bewegen sich im Mittel weniger Atome nach dieser Richtung als nach der entgegengesetzten. Aber auch die Dichte der Atome ist mit dem Orte veränderlich, da offenbar im Gas folgende Bedingung erfüllt sein muß: Durch ein beliebiges Flächenelement sind im stationären Zustand gleich viel Atome nach beiden Seiten hindurchgegangen. Infolgedessen ist die Asymmetrie der Verteilung für die Berechnung der Wärmeleitfähigkeit mittels des Begriffs der freien Weglänge ohne Bedeutung. Die Wärmeleitfähigkeit ist nur von der Differenz der mittleren Energie der benachbarten Stellen abhängig, ist also proportional der spezifischen Wärme des Gases.

Dies trifft für den Kristall nicht zu. Die Dichte der Atome ist praktisch konstant, folglich müssen wir annehmen, daß auch die Dichte der Wärmewellen vom Orte unabhängig ist. Bei der Berechnung der Wärmeleitfähigkeit des Kristalls muß auch die Asymmetrie der Wellenverteilung berücksichtigt werden. Für eine annähernde Bestimmung dieser Asymmetrie gehen wir folgendermaßen vor:

Die Ox-Achse sei in der Richtung des Temperaturgradienten gewählt:

$$T = T_0 + \frac{dT}{dx} x .$$

Ferner sei l die mittlere freie Weglänge und E die mittlere Energie einer Welle. Bewegt sich die Welle in einer Richtung, die mit der Ox-Achse den Winkel ϑ einschließt, so trifft sie nacheinander Stellen des Kristalls mit der Temperaturdifferenz:

$$\Delta T = \frac{dT}{dx} \cdot l \cos\vartheta .$$

Folglich ist der Übergang von der ersten Stelle zu der nächsten mit der Entropieänderung

$$\Delta S = E \Delta\left(\frac{1}{T}\right) = -\frac{El\cos\vartheta}{T^2} \cdot \frac{dT}{dx}$$

verbunden. Wir können also folgende Verteilungsfunktion annehmen:

$$W = \alpha e^{-\frac{El\cos\vartheta}{kT^2} \cdot \frac{dT}{dx}} \approx \alpha\left(1 - \frac{El\cos\vartheta}{kT^2} \cdot \frac{dT}{dx}\right).$$

Die Konstante α ergibt sich aus der gegebenen Atom- oder Wellendichte. Man findet schließlich:

$$W = \frac{3L}{4\pi v}\left(1 - \frac{El\cos\vartheta}{kT^2}\cdot\frac{dT}{dx}\right). \qquad (1)$$

L ist die Loschmidtsche Zahl und v das Volumen des Grammatoms.

Die Wärmeleitfähigkeit setzt sich aus zwei Teilen zusammen. Der erste Teil λ_1 ist allein durch die Temperaturabhängigkeit der Energie E bedingt: Die durch ein bestimmtes Flächenelement nach der Ox-Achse gehenden Wellen sind mit geringerer Energie versehen als die entgegengesetzt gerichteten, da erstere an Stellen mit geringeren Temperaturen entstanden sind. Es ist bekanntlich

$$\lambda_1 = \frac{lw}{3v}\cdot C. \qquad (2)$$

w ist die mittlere Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Wellen und C die spezifische Wärme des Grammatoms.

Der zweite Teil λ_2 rührt von der Asymmetrie der Verteilungsfunktion her. Man findet für die resultierende Wellenströmung durch das senkrecht zur Ox-Achse aufgestellte Flächenelement Δs:

$$\Delta N = \frac{lw}{v}\cdot\frac{LE}{kT^2}\cdot\Delta s\frac{dT}{dx}.$$

Es ist also:

$$\lambda_2 = \frac{lw}{v}\cdot\frac{LE^2}{kT^2}.$$

Oder mit der Energie des Grammatoms

$$U = 3LE$$

und der Gaskonstante R ausgedrückt:

$$\lambda_2 = \frac{lw}{3v}\cdot\frac{U^2}{3RT^2}. \qquad (3)$$

Und die gesamte Leitfähigkeit:

$$\lambda = \frac{lw}{3v}\left(C + \frac{U^2}{3RT^2}\right). \qquad (4)$$

Wir können noch für die Temperaturabhängigkeit der freien Weglänge setzen:

$$l = l_0\frac{U_0}{U},$$

wobei l_0 und U_0 die dem absoluten Nullpunkt $T = 0$ entsprechenden Werte von l und U bedeuten. Es ergibt sich schließlich:

$$\lambda = \frac{l_0U_0w}{3v}\left(\frac{C}{U} + \frac{U}{3RT^2}\right). \qquad (5)$$

Es ist bei hohen Temperaturen:

$$U \approx 3RT \approx CT.$$

Formel (5) führt dann zu dem Debyeschen $\frac{1}{T}$-Gesetz:

$$\lambda \approx \frac{2l_0U_0w}{3v}\cdot\frac{1}{T}.$$

Bei tiefen Temperaturen ist der erste Term von (5) verschwindend klein. Es ergibt sich ein $\frac{1}{T^2}$-Gesetz:

$$\lambda \approx \frac{l_0U_0^2w}{9vR}\cdot\frac{1}{T^2}.$$

Für eine numerische Prüfung der Formel (5) können wir die Nullpunktenergie U_0 aus der Grundfrequenz ν_0 des Gitters berechnen:

$$U_0 = \frac{3}{2}h\nu_0L.$$

Es ergibt sich für $NaCl$ mit $\nu_0 \approx 5{,}9\cdot 10^{12}\,s^{-1}$:

$$U_0 \approx 850\,\text{cal}.$$

Mit diesem Wert von U_0 nimmt das Verhältnis

$$A = \left(\frac{C}{U} + \frac{U}{3RT^2}\right) : \lambda$$

für die vier vorhandenen Messungen von λ im Temperaturbereich von $-190°$ bis $+100°$[1]) folgende Werte an:

T	$A = 0{,}43\,\frac{\text{cm}\cdot s}{\text{cal}}$
$-190°$	
-78	0,41
0	0,44
$+100$	0,46

Es sind Differenzen vom Mittelwert bis zu 6 Proz. vorhanden.

Auch für KCl sind die A-Werte im obigen Temperaturbereich nahezu konstant. Aber für noch geringere Temperaturen ($-249{,}9$ und $-252°$) ergibt sich, daß A etwa viermal so groß ist: Die Wärmeleitfähigkeit nimmt langsamer zu als $\frac{1}{T^2}$, was aber durch den von Peierls angegebenen Einfluß der Unregelmäßigkeiten des Kristallbaus auf den Wärmewiderstand[2]) verständlich ist.

1) A. Eucken, Ann. d. Phys. **34**, 185, 1911.
2) Ann. d. Phys. **3**, 1055, 1929.

(Eingegangen 4. Mai 1934.)

Demonstration der „Trägheitskraft" an frei fallenden Dochtflammen.

Von Hermann Lorenz.

Läßt man eine brennende Kerze in einem genügend großen, geschlossenen Gefäß frei fallen, so beobachtet man augenfällig, daß die Kerze beim Fallen verlöscht. Der Verfasser sah den Versuch erstmalig bei einem Vortrage, den Prof. W. Gerlach über „Alte und neue Methoden der Lichterzeugung" auf dem Naturforschertag 1932 in Wiesbaden-Mainz hielt. Es findet sich weiter eine kurze Notiz über ihn in R. W. Pohl, Einführung in die Mechanik und Akustik, 2. Aufl.; er wird auf S. 145 unten in § 85: „Gase und Flüssigkeiten in beschleunigten Bezugssystemen" erwähnt[1]).

Dieses einfache Experiment brachte den Verfasser auf den Gedanken, die Kerze während des freien Falles zu photographieren und dann zu sehen, ob sich nicht die „Trägheitskraft" in einem Bezugssystem mit konstanter Bahnbeschleunigung[2]) damit demonstrieren ließe. Der freie Fall ist zwar nur ein Grenzfall: Gewicht und „Trägheitskraft" sind hier entgegengesetzt gleich groß. Wenn man die photographische Aufnahme mit einiger Vorsicht macht, so zeigt in der Tat das Bild der während des Fallens aufgenommenen Kerzenflamme charakteristische Züge, die den genannten Begriff experimentell verständlich machen können. Im folgenden wird über die Technik der photographischen Aufnahme einer frei fallenden Dochtflamme eines Kerzen- und eines Petroleumlichtes berichtet und an Hand der Bilder der Fig. 2 das Ergebnis dargestellt.

Die Versuchsanordnung ist in Fig. 1 als Schattenbild[3]) wiedergegeben. Eine Holzkiste von 17 × 24 × 25 cm wurde in ein kleines „Laboratorium" verwandelt und mit einem kräftigen Gehänge versehen, an dessen Spitze ein 5 mm starker Strick angeknüpft war, um den Kasten nach einer gewissen Fallstrecke vor dem Aufschlagen abfangen zu können. Das Ganze hing an dem Querstab eines bald 3 m hohen Galgengerüstes, und zwar mit einer dünnen Drahtschlinge in einer mit einem Photoauslöser zu betätigenden Vorrichtung, die ein einwandfreies Fallen ermöglichte. Die Lichter brannten in einem luftdichten Raum von etwa 4 Liter Inhalt. Die eigentliche Fallstrecke betrug 240 cm; das entspricht einer Fallzeit von 0,7 sec.

Fig. 1 a zeigt die Anordnung, um die ruhende Flamme mit einer Expositionszeit zu photographieren, die gleich der Fallzeit war. Bei *a* wurde ein Zwirnsfaden durchgeschnitten und dadurch der Durchlaß automatisch 0,7 sec freigegeben; es mußte sich dabei der eine Blendenschieber im Schacht stramm bewegen.

Fig. 1 b zeigt die Anordnung, um die fallende Flamme zu photographieren. Wie man sieht, gab während des Fallens der Kiste ein Schieber den Durchlaß frei. War die Fallstrecke passiert, so wurde mit dem Gehänge die andere, locker sitzende Blende hochgerissen und dann erst die Kiste abgefangen. Bei *b* war die Blende leicht befestigt, damit sie sich im Fallen nicht versetzen konnte, und sie war unten beschwert.

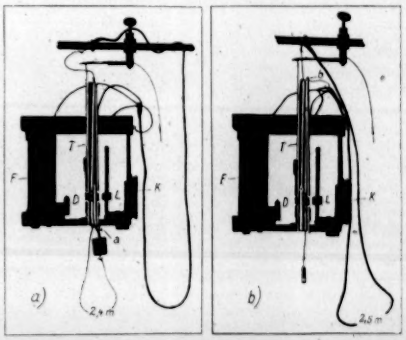

Fig. 1. Schattenbilder des „Laboratoriums" nach Entfernen der Seitenwände: a) zur Aufnahme der ruhenden Flammen, b) zur Aufnahme der fallenden Flammen. *F* = Beobachtungsfenster mit Cellonscheibe. *D* = Dochtflamme einer Kerze, bzw. eines Petroleumlichtes, justierbar. *T* = Trennwand mit Durchlaßfenster; sie enthält in ihrer Mitte einen beiderseitig offenen Schacht, durch den eingesteckte Blenden hindurchgleiten. *L* = Abbildungslinse (15 mm Öffnung, 40 mm Brennweite), justierbar. *K* = Kassette, geladen mit Aktographenpapier (Negativschicht); Mimosa-AG., Dresden. *a* = Zwirnsfaden an einer Öse. *b* = Stift, an dem eine Blende locker aufgehängt ist.

Die Erwähnung der Einzelheiten erscheint dem Verfasser deswegen nicht überflüssig, weil er an Hand zahlreicher Aufnahmen feststellte, daß jede Änderung der Beschleunigung sich hinterher auf ihnen zeigte. Dies ist ein Vorzug des hochempfindlichen Papiers. Fig. 2 stellt zunächst das Bild der Flammen dar, wie es sich dem Auge normal bietet. Die Ausdehnung der

1) Dies teilte Prof. Pohl, Göttingen, dem Verfasser nach Zusendung des Manuskripts mit. Der Verfasser dankt seinem verehrten Lehrer herzlich für die kritische Diskussion seiner Arbeit.

2) Über „Trägheitskraft" (auch „Trägheitswiderstand") bei beschleunigten Bezugssystemen s. R. W. Pohl, Einführung in die Mechanik und Akustik (2. Aufl., Berlin 1931), Kap. VIII.

3) Der Verfasser ist Dr. J. Schumacher, Bonn, sehr dankbar für die lebhafte Unterstützung beim Herstellen der Schattenaufnahmen.

Flammenbilder bleibt dieselbe, wenn während der Aufnahme die Flammen durch mangelnde Sauerstoffzufuhr ersticken. Es wurde jedoch bei den Aufnahmen beim freien Fall so rasch gearbeitet, daß eine Störung durch vorzeitigen Sauerstoffverbrauch ausgeschlossen war. Betrachtet man darum die Bilder, die während des

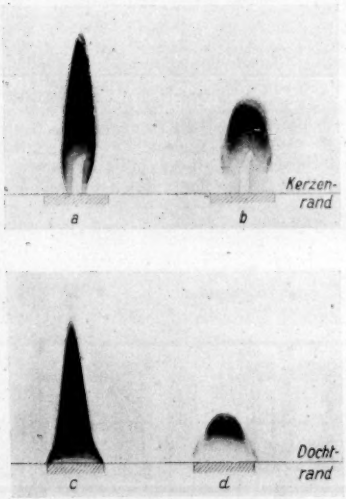

Fig. 2. Bild einer Kerzen- und einer Petroleumdochtflamme in Ruhe (*a* bzw. *c*) und in freiem Fall (*b* bzw. *d*) bei gleichen Belichtungszeiten (natürl. Größe). Belichtungszeit = Fallzeit = 0,7 sec.

freien Falles gemacht sind, so fallen sofort die Verminderung der Höhe und die erhebliche Verbreiterung auf. Die Flammen verlassen momentan ihren stationären Zustand und verändern ihre Form in rascher Folge; die Aufnahme ist die Summe von einzelnen Phasen. Von einem Verlöschen, wie das Auge zu beobachten glaubt, wenn es die fallende Flamme verfolgt, kann nicht gesprochen werden. Der lebhafte Abtransport der oberhalb der Dochte gebildeten Flammengase, der für den normalen Vorgang[1]) wesentlich ist, hat aufgehört, die Grenze der nichtleuchtenden Zone hat sich um ein deutlich wahrnehmbares Stück ausgedehnt. Während gewöhnlich die hoch erhitzten Gase infolge des Auftriebs die bevorzugte Richtung nach oben besitzen, ist im freien Fall — durch das Auftreten der „Trägheitskraft" — allein die eigene kinetische Energie der Wärmebewegung maßgebend. Das gilt auch für die umgebende Luft. Die Flammengrenze ist durch die Beziehung bestimmt, daß der in der Zeiteinheit von außen hinzutretende, angesaugte Sauerstoff ausreichen muß, um die in gleicher Zeit aus dem Flammeninnern strömenden brennbaren Bestandteile vollständig zu Kohlensäure und Wasserdampf zu verbrennen. Beim freien Fall ist die Grenze seitwärts hinausgeschoben, weil die schnellen Teilchen der Flammengase weiter den langsamen Sauerstoffmolekülen entgegenkommen können, um mit ihnen zu reagieren. Dieser Vorgang führt jedoch bald zu einem völligen Fehlen von Luftsauerstoff in der Zone, in der die Vergasung des Brennstoffes vor sich geht. Die leuchtenden Kohleteilchen, die sich durch seine unvollständige Oxydation bilden, nehmen mehr und mehr Abstand vom Dochtende; die Flamme löst sich von ihrem Ursprung, sie zerflattert und verschwindet. Es war leider technisch zu schwierig, einzelne Momentaufnahmen während der Fallzeit von 0,7 sec zu machen, die die Gesamtaufnahme zerlegt hätten.

Zusammenfassung: Die Arbeit bringt photographische Aufnahmen vom Erlöschen einer frei fallenden Flamme. Sie zeigen deutlich, daß nach Wegfall des Auftriebes die Flammengase durch die Wärmebewegung radial nach allen Seiten abströmen, bevor die Flamme durch mangelnde Sauerstoffzufuhr erstickt. Zur Erklärung der Ursache kann man entweder sagen, daß ein frei fallender Körper der Schwere entzogen ist, oder die „Trägheitskraft" einführen, indem man den freien Fall als Grenzfall beschleunigter Bezugssysteme ansieht.

Bonn, Physikalisches Institut der Universität, im Mai 1934.

(Eingegangen 17. Mai 1934.)

1) Zur Erklärung der Kerzenflamme s. z. B. H. Lux, Das moderne Beleuchtungswesen (Leipzig und Berlin 1914) S. 45.

Untersuchungen über das Galtonbrett.

Von W. Seitz und K. Hamacher-Odenhausen.

Ein beliebtes Mittel, eine statistische Verteilung zu zeigen, ist das sog. Galtonbrett.

Die Frage, wie weit dieses geeignet ist, eine Gaußsche Verteilungskurve zu liefern, ist von einem von uns in einer früheren Arbeit[1]) untersucht worden. Unter der Voraussetzung, daß für jede herabrollende Kugel beim Auftreffen auf

1) K. Odenhausen, Zeitschr. f. mathem. u. naturw. Unterricht, S. 449, 1931.

einen Nagel ein Rechtslauf die gleiche Wahrscheinlichkeit besitzt wie ein Linkslauf, errechnet sich für die Verteilung der Kugeln auf die einzelnen Kammern, die am unteren Ende des Brettes angebracht sind, folgende Formel:

$$N_\delta = \frac{N e^{-\frac{2\delta^2}{n}}}{\sqrt{\pi \frac{n}{2}}},$$

wobei δ die Nummer der Kammer von der Mitte aus gerechnet ist (die mittlere Kammer hat die Nummer 0, N die Gesamtzahl der Kugeln, mit der die Statistik aufgenommen wird, N_δ die Anzahl von Kugeln der δten Kammer, n die Anzahl der horizontalen Nagelreihen.

Diese Formel stellt die bekannte Gaußsche Verteilungskurve dar. Es wurde in der obengenannten Arbeit untersucht, wie weit die experimentell gefundene Verteilung, abgesehen von den zufälligen Unregelmäßigkeiten, die durch die unvermeidliche technische Unvollkommenheit des Brettes bedingt sind, dieser Forderung der Theorie entspricht, wobei Statistiken für verschiedene Neigung des Brettes und verschiedene Kugelgrößen aufgenommen wurden (Fig. 1). Das Ergebnis dieser Prüfung ist durch Fig. 1 dargestellt.

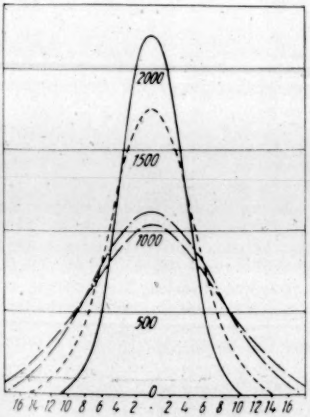

Fig. 1.

In den Kurven sind die Unregelmäßigkeiten der experimentell gefundenen Verteilung, die durch die Unexaktheit des Bretts verursacht sind, durch Interpolation ausgeglichen.

In keinem Fall wird die Forderung der Theorie erfüllt.

Die Streuung ist stets zu groß, d. h. die experimentellen Kurven verlaufen flacher als die theoretische Kurve, und zwar desto mehr, je steiler das Brett geneigt ist, und desto kleiner die Kugeln sind. Es wurde dann noch weiter nachgewiesen, daß diese Kurven trotzdem Gaußsche Kurven sind, nur mit anderen Parametern. Sie lassen sich durch eine Formel $N_\delta = NCe^{-K\delta^2}$ darstellen. Die Parameter C und K wurden aus den experimentellen Verteilungszahlen nach der Methode der kleinsten Quadrate berechnet.

Bezüglich der Frage, warum die experimentell gefundene Streuung größer ist als die nach der Theorie zu erwartende (siehe Fig. 1), ist folgende Erklärung einleuchtend: Jede Kugel erhält beim Auftreffen auf einen Nagel eine Rotationskomponente um eine Achse, die senkrecht zur Brettebene steht, und ferner eine horizontale Geschwindigkeitskomponente im Sinne der Ablenkung. Deshalb ist für sie am darauffolgenden Nagel die Wahrscheinlichkeit eines Rechts- und eines Linkslaufs nicht gleich, sondern sie bevorzugt hier eine Ablenkung in der gleichen Richtung wie vorher. Die Grundannahme der theoretischen Ableitung ist also nicht erfüllt. Auf einen Rechtssprung wird häufiger ein Rechtssprung folgen als ein Linkssprung und umgekehrt. Dies muß aber zu einer Verbreiterung der Kurve führen, wie leicht einzusehen ist. Zur Prüfung dieser Erklärung wurden zahlreiche Kugelbahnen kinematographisch aufgenommen und 2905 Ablenkungen registriert. Wenn die obige Grundannahme der Theorie erfüllt wäre, würde z. B. auf einen Rechtslauf am nächsten Nagel wieder ein Rechtslauf mit der Wahrscheinlichkeit 0,5 folgen — wir nennen das einen Doppelsprung.

	Experimentelle Wahrscheinlichkeit	Theoretische Wahrscheinlichkeit
2 facher Sprung	0,53	0,5
3 facher Sprung	0,265	0,25
4 facher Sprung	0,137	0,125
5 facher Sprung	0,0735	0,0625
6 facher Sprung	0,0397	0,03125
7 facher Sprung	0,0211	0,0156
8 facher Sprung	0,0121	0,0078

Die Wahrscheinlichkeit für einen Dreifachsprung, d. h. daß auf einen Rechtslauf zwei Rechtsläufe folgen, ist dann $0{,}5 \cdot 0{,}5 = 0{,}25$, die eines Vierfachsprunges 0,125 usw. Die folgende Tabelle zeigt, daß tatsächlich die Kugel die Richtung, die sie einmal besitzt, bei den folgenden Ablenkungen bevorzugt, d. h. daß Doppelsprünge, Dreifachsprünge usw. häufiger auftreten, als nach der Theorie zu erwarten ist.

Wenn auch die Anzahl der einzelnen Ereignisse noch etwas klein für eine Statistik ist, so kann man doch daraus schließen, daß die Kugel ihre Richtung beizubehalten trachtet, und zwar desto mehr, je mehr Einzelbahnen sie bereits in diesem Sinne zurückgelegt hat. Die obige Erklärung für die Verflachung der experimentellen Kurven ist damit bestätigt. Es ist auch ganz verständlich, daß diese sich desto stärker zeigt, je steiler das Brett und je kleiner die Kugeln sind. Damit eine Verteilung zustande kommt, die der Formel 1 möglichst gut entspricht, muß das Brett so konstruiert sein, daß jene störende Rotationskomponente, die beim Auftreffen auf einen Nagel entsteht, auf dem Weg zum nächsten Nagel vernichtet wird.

Dies wurde durch folgende Konstruktion in sehr befriedigender Weise erreicht. Eine besonders sorgfältig furnierte Birnbaumplatte, die für den Bau von Klavieren bestimmt war[1]),

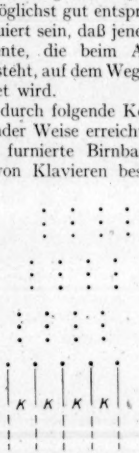

Fig. 2.

wurde so, wie auf Fig. 2, die einen Abschnitt des Brettes zeigt, zu sehen ist, mit Stahlnadeln besetzt. An Stelle eines Nagels der bisher verwendeten Galtonbretter sind hier drei Nadeln im Abstand von je 5,5 mm übereinander angeordnet. Nach jedem Aufprall auf die oberste Nadel eines solchen Triplets muß die Kugel den 11 mm langen und 10 mm weiten Kanal zwischen den benachbarten Triplets durchlaufen und verliert dabei die anfangs vorhandenen seitlichen Dreh- und Translationskomponenten. 31 horizontale Reihen solcher Nadeltriplets sind auf dem Brett angebracht. Es wurden Kugellager-Stahlkugeln von 9,5 mm Durchmesser verwendet. Diese ordnen sich in den 10 mm weiten und 35 cm langen Kammern (K) so an, daß man an den Marken der Kammern die Zahl der Kugeln auf einen Blick erkennen kann. Das Abzählen erfolgt auf diese Weise schnell und bequem. Selbstverständlich muß das Brett sehr sorgfältig mit Hilfe einer Wasserwaage aufgestellt werden, da die geringste seitliche Neigung die Verteilungskurve verzerrt. Zwei Meßreihen, von denen die eine mit 9320 Kugeln bei einer Neigung 1:2 (d. i. Verhältnis von Höhe zu horizontaler Entfernung), die andere mit 9026 Kugeln bei einer Neigung 1:4 durchgeführt wurde, sind in Fig. 3 wiedergegeben.

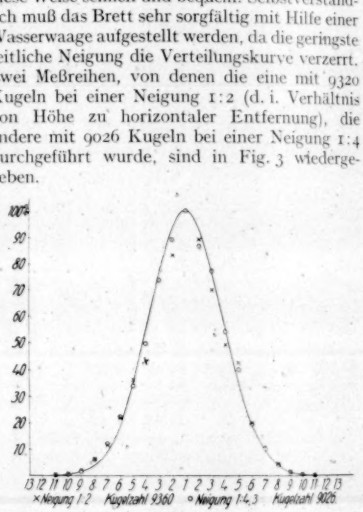

Fig. 3.

Die Abweichungen von der Gaußschen Verteilungskurve sind teils auf kleine Unvollkommenheiten des Bretts, die selbst bei der allergrößten Sorgfalt der Herstellung nicht vollständig zu vermeiden sind, zurückzuführen, teils erklären sie sich auch daraus, daß die Kugelzahlen immer noch etwas klein für eine Statistik sind. Jene Vergrößerung der Streuung, die nach Fig. 1 mit dem alten Galtonbrett erhalten wurde, ist aber ganz verschwunden oder fällt in die Grenzen der Versuchsfehler.

Aachen, Technische Hochschule, Institut für Theoretische Physik.

(Eingegangen 29. Mai 1934.)

1) Da auch das beste Holz kleine Unregelmäßigkeiten besitzt, ist ein aus Aluminium gefertigtes G.-Brett in Vorbereitung. Das beschriebene Galtonbrett wird von der Firma Dipl.-Ing. R. Schroeder, Aachen (Postfach 122) hergestellt.

BERICHTE.

Über den heutigen Stand (20. Mai 1934) der Theorie des β-Zerfalls.

Von G. Gamow.

§ 1. Im Gegensatz zum α-Zerfall, bieten die β-Zerfallsprozesse noch heute große Schwierigkeiten für die theoretische Deutung. Die fundamentale Schwierigkeit besteht hier in der kontinuierlichen Energieverteilung der β-Teilchen, die von verschiedenen Kernen eines gegebenen Elements mit β-Zerfall emittiert werden. Die Arbeiten von Gurney (1), der die magnetischen β-Spektren verschiedener radioaktiver Stoffe untersucht hat, ergaben Energieverteilungskurven, die in Fig. 1 wiedergegeben sind. Wir sehen, daß alle Kurven eine sehr charakteristische Form haben mit einem Maximum bei etwa einem Drittel der oberen Energiegrenze. Die Frage, ob die obere Grenze der kontinuierlichen β-Spektren in Wirklichkeit existiert (oder ob ein rascher exponentieller Abfall vorliegt, der bis zu unendlich großen Energien reicht), ist lange Zeit diskutiert worden und wurde erst kürzlich in positivem Sinne beantwortet durch die Arbeiten von Sergant (2), der die oberen Grenzen für verschiedene Elemente mit β-Zerfall ziemlich genau gemessen hat.

Was ist nun die Ursache der kontinuierlichen β-Spektren, die sich von den wohlbekannten diskreten Energiespektren der α-Strahlen so deutlich unterscheiden? Die Hypothese daß bei jedem β-Zerfall zwei Elektronen emittiert werden, die sich in die vorhandene Energie teilen, ist ausgeschlossen, weil wir ja aus der Lage der radioaktiven Elemente im periodischen System wissen, daß beim β-Zerfall die Atomnummer sich nur um eine Einheit ändert.

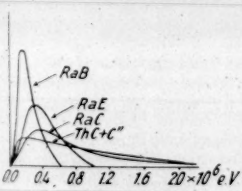

Fig. 1.

Die andere Möglichkeit, daß nämlich die beobachtete kontinuierliche Energieverteilung sekundären Ursprungs ist und ihren Grund in der Absorption primärer homogener Bündel von β-Strahlen im zerfallenden Element selbst hat, ist durch die Versuche von Ellis (3) widerlegt worden. Ellis hat kalorimetrisch die Gesamtenergie gemessen, die bei β-Zerfall von *RaE* geliefert wird, und gezeigt, daß diese Energie mit der mittleren, aus magnetischen Spektren bestimmten Energie der β-Teilchen übereinstimmt. Das beweist, daß bei den Aufnahmen der magnetischen β-Spektren keine Energie in der radioaktiven Schicht absorbiert wurde, weil sonst die kalorimetrischen Messungen mit der oberen Grenze der beobachteten magnetischen Spektren übereinstimmen sollten.

Wir müssen ferner die Möglichkeit ausschließen, daß nach dem β-Zerfall Kerne mit verschiedenen inneren Energien entstehen, oder daß vor dem β-Zerfall verschiedene Kerne verschiedene Energien hatten. Wenn es nämlich so wäre, müßten die verschiedenen Kernprozesse (α-Zerfall, γ-Strahlen ...) vor oder nach dem β-Zerfall für verschiedene Kerne verschieden verlaufen, was, wie uns die Erfahrung zeigt, jedoch nicht der Fall ist.

Also bleiben uns nur zwei Möglichkeiten: Entweder gilt für die Energie beim β-Zerfall nicht der Erhaltungssatz, oder man muß irgendwelche sehr schwer beobachtbaren Teilchen einführen, die den Energieunterschied als „blinde Passagiere" herausbringen und im Ellisschen Kalorimeter nicht nachgewiesen werden können.

Die erste Annahme ist von Bohr (4) gemacht worden, der betont hat, daß, da die Prozesse, welche mit Kernelektronen verknüpft sind, von der modernen Wellenmechanik nicht beschrieben werden, sondern den Bau einer neuen speziellen Theorie fordern, kein logischer Grund besteht, die alten Erhaltungssätze in der neuen Theorie beizubehalten. Doch ist dieser Vorschlag mit großen Schwierigkeiten verknüpft, weil, wie Landau (5) gezeigt hat, eine Ungültigkeit des Energieerhaltungssatzes im Widerspruch zu den Grundlagen der allgemeinen Gravitationstheorie steht. Denken wir uns z. B. einen *RaE*-

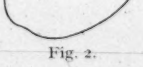

Fig. 2.

Kern, der sich im freien Raum befindet, und von einer großen geschlossenen Fläche umgeben ist. Nach den Grundlagen der Gravitationstheorie ist die Masse innerhalb einer geschlossenen Fläche eindeutig durch den Charakter des Gravitationsfeldes auf der Fläche bestimmt (Gauß-Formel).

Wenn bei β-Zerfall unseres Kernes seine Masse abnehmen soll, so folgt daraus, daß irgendwo innerhalb der Oberfläche die gleiche Masse entstehen oder innerhalb des Zeitintervalls $\left(\frac{\text{Flächendurchmesser}}{\text{Lichtgeschwindigkeit}}\right)$ durch die Fläche die äquivalente Masse nach außen gehen muß. Also würde der Bruch mit dem Satz der Energie- oder (was dasselbe ist) Massenerhaltung die Abänderung der fundamentalen Gravitationsgleichungen für den freien Raum bedeuten.

Die zweite Schwierigkeit, die mit der Energienichterhaltung verbunden ist, ist eben die obenerwähnte Existenz der oberen Energiegrenze für kontinuierliche β-Spektren. Wenn die Energie nicht erhalten bleibt, sollte man natürlich erwarten, daß die kontinuierlichen β-Spektren etwa wie eine Maxwellsche Verteilungskurve für große Energien exponentiell abnehmen. In Wirklichkeit ist aber die scharfe Grenze da, und, wie Ellis und Mott (6) gezeigt haben, kann man für diese obere Energiegrenze den Erhaltungssatz formulieren.

Als Beispiel soll die Gabelungsstelle der *Th*-Reihe, die in Fig. 6 wiedergegeben ist, etwas ausführlicher betrachtet werden. Wenn man die α- und β-Energien für beide Wege addiert, die von *ThC* nach *ThD* führen, bekommt man für (*ThC* → *ThC'* → *ThD*): 2,20 + 8,95 = 11,15 und für (*ThC* → *ThC''* → *ThD*): 6,20 + 1,82 = 8,02, also verschiedene Werte. Nun muß man beachten, daß bei der Umwandlung *ThC''* → *ThD* zwei sehr starke γ-Linien (0,58 und 2,62) ausgestrahlt werden, deren Intensität nach Ellis etwa ein Lichtquant pro Zerfall ist. Daraus folgt, daß bei β-Zerfall von *ThC''* der Produktkern immer im angeregten Zustand entsteht, und folglich muß man die dazugehörige Energie 0,58 + 2,62 = 3,20 auch in der Energiebilanz in Betracht ziehen. Tun wir das, so wird für den zweiten Weg die Energie 8,02 + 3,20 = 11,22, was mit dem Wert für den ersten Weg innerhalb der Fehlergrenze übereinstimmt. Ähnliche Resultate bekommt man auch für Gabelungen von *Ra*- und *Ac*-Reihen, obwohl hier die experimentellen Angaben weniger vollständig sind.

Die beiden oben erwähnten Schwierigkeiten machen die Hypothese der Energienichterhaltung weniger wahrscheinlich.

Die zweite Möglichkeit für die Erklärung von kontinuierlichen β-Spektren wurde von Pauli (7) vorgeschlagen, der neue hypothetische Teilchen, die sog. Neutrinos, eingeführt hat. Unter dem Neutrino versteht man neutrale Teilchen mit sehr kleiner Masse (Elektronenmasse oder noch weniger), die bei jedem β-Zerfall herausfliegen und dazu dienen, die Energiebilanz in Ordnung zu bringen. Solche Teilchen würde man sehr schwer beobachten können, weil sie wegen ihrer kleinen Masse und ihrer Neutralität mit der Materie beinahe keine Wechselwirkung haben und mehrere Kilometer zurücklegen könnten, ohne irgendeine bemerkbare Wirkung zu hinterlassen. Es ist ganz klar, daß man die Einführung von solchen beinahe nichtbeobachtbaren hypothetischen Teilchen nur dann rechtfertigen könnte, wenn mit ihrer Hilfe der Aufbau einer konsequenten Theorie der Aussendung von Kernelektronen erreicht wird, was augenblicklich noch gar nicht der Fall ist.

Wir wollen nun bemerken, daß parallel mit den Energieschwierigkeiten für den β-Zerfall auch Schwierigkeiten für die Erhaltung des Drehimpulses bestehen. Die Untersuchungen der sog. Hyperfeinstruktur der optischen Spektrallinien geben uns die Möglichkeit, die Drehimpulse (oder Spinwerte) von verschiedenen Kernen experimentell zu bestimmen. Wie man auch aus der Theorie zu erwarten hat, ist der Kernspin immer ein ganzzahliges Vielfaches der Hälfte des Bohrschen Drehimpulsquantums:

$$\sigma = \frac{i}{2}\frac{h}{2\pi} \quad (i = \text{ganze Zahl}). \qquad (1)$$

Für die Isotope mit gerader Masse liefert das Experiment immer gerade Werte für i und für ungerade Masse ungerade. Das sollte man aber erwarten nach der Hypothese, daß die Kerne aus Neutronen und Protonen aufgebaut sind und daß diese beiden Elementarteilchen den Spin $\frac{1}{2}\frac{h}{2\pi}$ haben. Bei β-Zerfall ändert sich das Atomgewicht nicht, und man muß schließen, daß der Spinunterschied zwischen zerfallendem und resultierendem Kern ein gerades Vielfaches von $\frac{1}{2}\frac{h}{2\pi}$ ist. Dagegen ist der Drehimpuls, der vom β-Teilchen übernommen wird, ungerade, weil er aus dem Bahnimpuls $\left(n\frac{h}{2\pi} = 2n\frac{1}{2}\frac{h}{2\pi}\right)$ und dem eigenen Spin des Elektrons $\left(\frac{1}{2}\frac{h}{2\pi}\right)$ zusammengesetzt ist. Diese Diskrepanz bedeutet nach Bohr das Versagen des Drehimpulserhaltungssatzes, nach Pauli aber wird diese Differenz vom Neutrinospin kompensiert.

Wir wollen jetzt die Frage nach dem Zusammenhang zwischen verschiedenen Elementarteilchen diskutieren. Zunächst haben wir zwei Arten von leichten Teilchen: die negativen und positiven Elektronen. Die Entwicklung der Diracschen relativistischen Wellenmechanik des Elektrons macht uns den Zusammenhang

von negativen und positiven leichten Elementarteilchen ziemlich klar. Dagegen ist die Natur der schweren Teilchen (Neutronen und Protonen) noch eine ungeklärte Frage.

Wie zuerst von Bohr (8) bemerkt wurde, läßt sich die Diracsche Theorie auf schwere Teilchen nicht direkt anwenden, weil der Radius dieser Teilchen (aus Zusammenstößen abgeschätzt) von derselben Größenordnung ist wie die Grenze $\frac{\hbar}{Mc}$ für die Anwendung der Diracschen Theorie. Das steht in Einklang mit dem experimentellen Befund Sterns, daß das magnetische Moment des Protons beinahe dreimal größer ist, als es von der Diracschen Theorie für ein Elementarteilchen von Protonenmasse gefordert wird. Daraus würde auch folgen, daß man keine negativen Protonen im Diracschen Sinn (Löcher) erwarten soll. Aus der allgemeinen Symmetrie der physikalischen Welt kann man aber doch die Existenz einer anderen Art von negativen Protonen erwarten, welche nach Bohr wie ein symmetrisches Gebilde zu den positiven Protonen in bezug auf die Neutronen zu betrachten sind.

Man könnte die positiven und negativen Protonen als ans Neutron gebundene positive und negative Elektronen auffassen und die Neutronen selbst als elementare Massenteilchen ansehen. Es scheint jedoch vernünftiger, zu sagen, daß die Neutronen und die positiven und negativen Protonen nur verschiedene Quantenzustände von schweren Elementarteilchen sind, die ineinander durch Emission von negativen oder positiven Elektronen übergehen können.

§ 2. Wir werden jetzt die Frage nach der Stabilität verschiedener Kerne gegenüber dem β-Zerfall betrachten. Die allgemeinen Stabilitätskriterien wurden von Heisenberg (9) formuliert auf Grund eines Kernmodells, das aus Neutronen und (positiven) Protonen aufgebaut ist. Wünscht man die Gesamtbindungsenergie von so einem Kern auszurechnen, so muß man von bestimmten Annahmen über die zwischen diesen Teilchen wirkenden Kräfte ausgehen. Abgesehen von den Coulombschen Kräften, die zwischen Protonen wirken, nimmt Heisenberg noch Kräfte an, die Austauschcharakter haben und nur in kleinen Abständen wirken. In Analogie mit der Quantenchemie werden wir annehmen, daß diese Kräfte zwischen gleichen Partikeln (zwei Neutronen oder zwei Protonen) viel kleiner sind als die zwischen den Teilchen verschiedener Art (Neutron und Proton). Die Kräfte zwischen zwei Neutronen sollen von demselben Charakter sein wie die Austauschkräfte, die zwei H-Atome in dem Molekül H_2 zusammenhalten. Dagegen sind die durch Austausch von elektrischer Ladung verursachten Kräfte zwischen Neutron und Proton zu den Kräften zwischen H^+ und H analog, die, wie bekannt, zum sehr stabilen Gebilde H_2^+ führen. Bezeichnen wir das Potential dieser Kräfte mit $I(r)$ und $K(r)$, so haben wir das folgende Schema der im Kern wirkenden Kräfte:

$$\left.\begin{array}{l} \text{Neutron-Proton} \quad -I(r)\left(=be^{-\frac{r}{a}}\right) \\ \text{Neutron-Neutron} \quad -K_n(r) \\ \text{Proton-Proton} \quad -K_p(r)+\dfrac{e^2}{r} \\ K(r) \ll I(r). \end{array}\right| \qquad (2)$$

In der ersten Näherung kann man die Kräfte $K(r)$ gegen $I(r)$ und die Coulombschen Kräfte vernachlässigen.

Betrachten wir jetzt einen Kern, der aus n_1-Neutronen und n_2-Protonen aufgebaut ist, und stellen wir die Frage, für welche relative Neutronenzahl $\frac{n_1}{n_2}$ wir den stabilsten Zustand (also die maximale Bindungsenergie) haben. Die Gesamtzahl der Teilchen ($n = n_1 + n_2$) werden wir konstant halten, was der Hypothese entspricht, daß ein Neutron mit β-Ausstrahlung sich in ein Proton verwandeln kann und umgekehrt. Beachten wir zuerst nur die Kräfte, die vom Potential $I(r)$ stammen, so ist einfach zu sehen, daß dem stabilsten Zustand $n_1 = n_2$ entsprechen wird, weil diesem Fall die maximale Zahl von Bindungsmöglichkeiten zwischen Neutronen und Protonen entspricht. Andererseits ist, wegen der Coulombschen Abstoßungskräfte zwischen Protonen, der kleinere Anteil von Protonen energetisch günstiger. Dem Optimalzustand wird also eine etwas größere Zahl von Neutronen als Protonen entsprechen ($n_1 \geqq \frac{1}{2} n$; $n_2 \leq \frac{1}{2} n_2$). Für die leichteren Kerne, wo die Coulombschen Kräfte verhältnismäßig klein sind, wird die Neutronen- und Protonenzahl noch gleich, den schwereren wird aber ein immer größerer und größerer Anteil von Neutronen entsprechen. Das beobachtet man gerade in der Reihe der Elemente. Für die ersten zehn Elemente ist die Atomnummer genau die Hälfte vom Atomgewicht, für die schwereren wächst aber die Masse schneller als die Ladung, was Überschuß von Neutronen bedeutet.

Mit der oben gegebenen Annahme über die im Kern wirkenden Kräfte konnte Heisenberg die Gesamtenergie ausrechnen, indem er auf das Kernmodell die statistische Methode von Thomas-Fermi angewandt hat. In dem endgültigen Ausdruck werden natürlich die willkürlichen Konstanten a und b vom Kraftgesetz vorkommen. Indem er $a = 8 \cdot 10^{-13}$ cm und $b = 4{,}05 \cdot 10^{-6}$ erg angenommen hat, bekam er

für die Gesamtenergie (in Masseneinheiten) den Ausdruck:

$$E = \left(0{,}00347\, n_2 - 0{,}0364\, n_1 + 0{,}01211\, \frac{n_1^2}{n_2}\right) + n_2^{2/3}\left(3{,}19 - 0{,}715\, \frac{n_1}{n_2}\right)\cdot 10^{-4} + 0{,}049. \qquad (3)$$

der mit der von Aston angegebenen Massendefektkurve in guter Übereinstimmung steht.

Diese Formel liefert uns sofort die Bedingung für β-Stabilität; man muß nur die Minimumstelle von E finden unter der Nebenbedingung $n_1 + n_2 = \text{const}$. Das ergibt:

$$\frac{\partial E}{\partial n_1} - \frac{\partial E}{\partial n_2} = 0 \qquad (4)$$

oder:

$$-0{,}0399 + 0{,}02422\, \frac{n_1}{n_2} + 0{,}01211\left(\frac{n_1}{n_2}\right)^2 - \left(6{,}04 - 0{,}477\, \frac{n_1}{n_2}\right) n_2^{2/3}\cdot 10^{-4} = 0. \qquad (4')$$

Ebenso einfach schreibt man die Bedingung für die α-Stabilitätsgrenze auf, welche fordert, daß die Arbeit beim Herausziehen von zwei Neutronen und zwei Protonen aus dem Kern größer sein soll als die Bindungsenergie dieser Elemente in einem α-Teilchen. Wir haben:

$$-2\left(\frac{\partial E}{\partial n_1} + \frac{\partial E}{\partial n_2}\right) > \Delta M\alpha \qquad (5)$$

oder:

$$0{,}0658 - 0{,}04844\, \frac{n_1}{n_2} + 0{,}02422\left(\frac{n_1}{n_2}\right)^2 + \left(9{,}2 - 0{,}954\, \frac{n_1}{n_2}\right) n_2^{2/3}\cdot 10^{-4} > 0{,}03. \qquad (5')$$

In den beiden Formeln (4'), (5') wird der Einfachheit halber angenommen, daß der Massendefekt des Neutrons verschwindend klein ist (also: $M_n = M_p + m_e$). In Fig. 3 sind die beiden Stabilitätskurven (4) und (5) eingetragen zusammen mit den experimentellen Punkten für alle bekannten Isotope. Auf der Abszissenachse ist die Protonenzahl n_2 aufgetragen und in der Ordinate die relative Zahl von Neutronen $\frac{n_1}{n_2}$. Wir sehen, daß die theoretischen Kurven, obwohl sie die wirklichen Stabilitätsgrenzen qualitativ richtig wiedergeben, doch etwas zu niedrig liegen. Der Grund dafür kann in der Ungenauigkeit der benutzten statistischen Methode liegen.

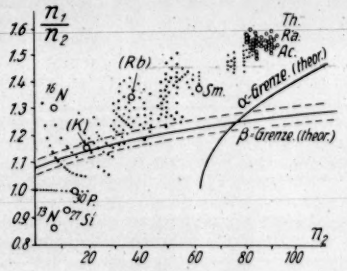

Fig. 3.

Die andere Möglichkeit, die Diskrepanz zwischen den theoretischen und experimentellen Stabilitätsgrenzen zu beseitigen, wurde von Gamow (10) vorgeschlagen und besteht in der Einführung von negativen Protonen in die Kernstruktur, die mit den gewöhnlichen positiven Protonen, abgesehen vom Ladungsvorzeichen, vollkommen identisch sind. Zwischen einem positiven und einem negativen Proton sollen in kleinen Abständen ziemlich starke Abstoßungskräfte wirken, die verhindern, daß die gesamte Kernausdehnung gegen Null geht. Wenn einige solche negative Protonen im Kern vorhanden sind, wird die Atomnummer Z nicht mehr der Gesamtprotonenzahl gleich, sondern durch den Unterschied zwischen positiven und negativen Protonen gegeben sein. Das wird die theoretischen Stabilitätskurven nach oben rücken und die Übereinstimmung mit dem Experiment verbessern.

Es läßt sich auch zeigen (11), daß die β-Stabilitätsmittellinie einen periodischen Verlauf hat mit etwa 7 Umkehrpunkten, was mit der Schalenbildung oder mit dem Auftreten von neuen negativen Protonen im Kern zusammenhängen dürfte.

Die Frage nach der Breite des β-Stabilitätsgebietes, dessen Mittellinie durch Formel (4) bestimmt ist, kann man auf Grund der oben gegebenen einfachen Betrachtungen nicht beantworten. Wir müssen nämlich noch in Betracht ziehen, daß eine gerade Anzahl von Protonen im Kern stärker als eine ungerade gebunden wird wegen der Bildung von α-Teilchen. Daraus folgt, daß die Kurve, die die Bindungsenergie als Funktion der Protonenzahl, bei gegebenem Atomgewicht, gibt, sich in zwei ungefähr parallel laufende Kurven spalten muß, wie in Fig. 4 gezeigt ist. Das wird zur Folge haben, daß für einige Kerne, die ziemlich weit rechts oder links vom Minimum liegen, der β-Zerfall doch unmöglich wird, weil die Elektronenaussendung einen Sprung auf die andere Kurve bedeutet, was in gewissen Fällen energetisch ungünstig sein kann [z. B. kann in Fig. 4 der Kern (4) in den Kern 6 übergehen nur durch den Kern 5, was energetisch unmöglich ist]. Es gibt wohl die Möglichkeit

für einen Sprung zu geradem n_2 (von 4 nach 6) mit Doppelelektronenaussendung, aber die theoretischen Betrachtungen zeigen, daß so ein Übergang eine ungeheuer kleine Wahrscheinlichkeit besitzt. Es ist aber nicht ausgeschlossen, daß solche Doppelübergänge die natürliche schwache β-Aktivität von Kalium und Rubidium erklären können.

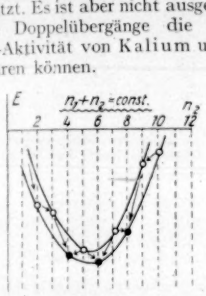

Fig. 4.

Die Tatsache, daß die Kerne mit gerader Atomnummer meistens auch gerades Atomgewicht haben und umgekehrt, deutet darauf hin, daß bei geradem n_1+n_2 die Kurve für gerade n_2 niedriger liegt, dagegen bei ungeradem n_1+n_2 die untere Kurve ungeradem n_2 entspricht. Das ist mit dem experimentellen Befund in Einklang, daß bei Thorium- und Uran-Radium-Familien der zweite β-Zerfall immer die schnelleren β-Teilchen aussendet, und daß es bei der Aktiniumfamilie (ungerade n_1+n_2) anscheinend gerade umgekehrt ist.

Die oben gegebenen Überlegungen führen uns also zum Resultat, daß das β-Stabilitätsgebiet eine gewisse Breite hat, die durch die große Bindungsenergie der α-Teilchen verursacht wird.

Wir werden jetzt die Lage von bekannten unstabilen Kernen im Diagramm Fig. 3 betrachten.

Im Gebiet großer Kernladungen, wo die beiden β- und α-Stabilitätsgrenzen sich einander nähern (und sogar sich evtl. schneiden), liegen die Kerne der bekannten radioaktiven Familien. In diesen Gebieten kann ein α- oder β-Zerfall den kerndarstellenden Punkt von einem unstabilen Gebiet in ein anderes überführen; hier kann man also Zerfallsreihen mit abwechselnden α- und β-Umwandlungen erwarten.

Im Gebiet kleinerer Atomnummern sind nur einige Fälle von unstabilen Kernen bekannt. Hevesy und Pahl (12) haben die Aktivität von Samarium gefunden, das α-Teilchen mit einer Reichweite von etwa 1,5 cm aussendet und die Lebensdauer von 10^{12} Jahren hat. Wie aus der Fig. 3 zu ersehen ist, liegt *Sm* ziemlich nahe bei der α-Zerfallsgrenze. Wir können noch bemerken, daß die beobachtete Lebensdauer in sehr guter Übereinstimmung mit dem Wert ist, welchen man aus der Gamowschen α-Zerfallsformel berechnet.

Viel schwieriger ist der Fall von β-Aktivität, den man bei Kalium und Rubidium beobachtet hat (13). Die sehr große Periode (10^{13}, 10^{12} Jahre) kann mit der großen Energie der emittierten β-Teilchen (etwa 1 Million Volt) nicht in Einklang gebracht werden. Wie oben gesagt wurde, könnte man denken, daß bei diesen Elementen eine gleichzeitige Emission von zwei Elektronen stattfindet. Aber die Versuche, die Koinzidenzen zu beobachten, die bei solcher Doppelemission stattfinden müßten, führen anscheinend zu negativem Resultat. Die zweite Möglichkeit besteht darin, daß die beobachtete β-Aktivität zu den unbekannten Isotopen von Chlor und Brom gehört, die aus Kalium und Rubidium durch α-Emission entstehen. In diesem Fall gehört die lange Lebensdauer zum α-Zerfallsprozeß, und man kann nach der Gamowschen Formel die Reichweiten der emittierten α-Teilchen abschätzen. Man bekommt für *K* und *Rb* 3 mm bzw. 6 mm (in Luft), was erklären kann, warum man bis jetzt diese α-Teilchen nicht beobachtet hat. Die einfachste Möglichkeit besteht aber vielleicht darin, daß wir hier den Fall von zwei aufeinanderfolgenden β-Zerfallsprozessen haben und das erste β-Teilchen eine sehr kleine Energie besitzt.

Die Kerne, die positive β-Aktivität zeigen, sind in der Natur unbekannt; es ist aber neulich gelungen, Kerne dieser Art künstlich herzustellen. Das Ehepaar Joliot (14) hat nämlich gezeigt, daß, wenn man gewisse leichte Elemente mit α-Teilchen beschießt, außer den Protonen noch Neutronen und positive Elektronen herausgeschleudert werden. Diese Erscheinung wurde interpretiert als Anzeichen für zwei mögliche Umwandlungen, die zu demselben Endprodukt führen: im einen Fall wird ein Proton, im anderen ein Neutron und ein positives Elektron emittiert. Für Bor z. B. hat man die zwei folgenden Reaktionen anzuschreiben:

$$^{10}_{5}B + ^{4}_{2}He \rightarrow ^{13}_{6}C + p \qquad (6)$$

oder

$$^{10}_{5}B + ^{4}_{2}He \rightarrow ^{13}_{6}C + n + \beta^{+}. \qquad (6')$$

Die weiteren Untersuchungen von Joliot haben gezeigt, daß, wenn man die α-Teilchenquelle entfernt, die Emission von Protonen und Neutronen sofort aufhört, dagegen die β^{+}-Emission noch einige Zeit fortdauert, indem ihre Intensität exponentiell abnimmt. Das bedeutet, daß die Kernreaktion (6′) in zwei Schritten abläuft: zuerst wird ein Neutron herausgeschleudert, was zu einem unstabilen Kern ^{13}N

(Radiostickstoff) führt, der nachher durch β^+-Emission in den bekannten stabilen Kern ^{13}C übergeht. Wir müssen also statt (6′) genauer schreiben:

$$^{10}_{5}B + ^{4}_{2}He \rightarrow ^{13}_{7}N + n \qquad (6'')$$

und

$$^{13}_{7}N \rightarrow ^{13}_{6}C + \beta^+. \qquad (6''')$$

Die Energie der β^+-Teilchen des Radiostickstoffes ist etwa $0{,}7 \cdot 10^6$ e. V. und die Lebensdauer 14 Minuten. Indem er das aktivierte Bor chemisch behandelte, ist es Joliot auch gelungen, die Aktivität an Ammoniak zu binden, was zu erwarten ist, wenn die β^+-aktiven Kerne Isotope vom Stickstoff sind.

Ähnliche Erscheinungen sind auch bei α-Beschießung von Magnesium und Aluminium beobachtet worden, die zu β-aktiven Kernen von Radio-Silican $^{27}_{14}Si$ (β^+-Energie $0{,}7 \cdot 10^6$ e. V., Lebensdauer 2 min 30 sec) und Radio-Phosphor $^{30}_{15}P$ (β^+-Energie $2{,}2 \cdot 10^6$ e.V, Lebensdauer 3 min 15 sec) führt.

Wir bemerken, daß man dieselben Kerne, nach Cockcroft (15), in anderer Weise bekommen kann, indem man mit starken Protonenbündeln die korrespondierenden stabilen Isotope beschießt, z. B.:

$$^{12}_{6}C + ^{1}_{1}H \rightarrow ^{13}_{7}N. \qquad (7)$$

Die Lebensdauer von $^{13}_{7}N$-Kernen, die nach den Reaktionen (6″) und (7) entstehen, sind etwas verschieden, was man verstehen kann, wenn man den Cockcroftschen Versuch etwas anders interpretiert, nämlich:

$$^{12}_{6}C + ^{1}_{0}n \rightarrow ^{12}_{5}B + ^{1}_{1}P \qquad (7')$$

$$^{12}_{5}B \rightarrow ^{6}C + \beta^-. \qquad (7'')$$

Wir wollen noch bemerken, daß die Untersuchungen von Meitner, Cockcroft und Neddermeyer und Andersen (16) zeigen, daß die β^+-Spektren wie gewöhnliche β^--Spektren eine kontinuierliche Energieverteilung haben. In Fig. 3 sind die drei bekannten β^+-aktiven Kerne eingetragen, und wir sehen, daß die Lage von korrespondierenden Punkten in guter Übereinstimmung mit der Grenze der β^+-Stabilität ist. Wir wollen noch bemerken, daß, wie aus der Figur zu ersehen ist, man die β^--Aktivität nur für leichte Kerne erwarten kann. Ganz kürzlich ist es Fermi (17) gelungen, auch β^--aktive leichte Elemente künstlich herzustellen. Er hat nämlich Phosphor mit sehr starken Neutronenbündeln bombardiert und nach der Reaktion:

$$^{31}_{15}P + ^{1}_{0}n \rightarrow ^{31}_{14}Si + ^{1}_{1}P \qquad (8)$$

das schwere Isotop des Siliziums erhalten, welches durch β-Emission in den ursprünglichen Kern übergeht:

$$^{31}_{14}Si \rightarrow ^{31}_{15}P + \beta^-. \qquad (8')$$

Ähnliche Kernreaktionen sind auch bei schwereren Elementen, wie *Fe*, *Ag*, *J* beobachtet.

§ 3. Jetzt werden wir die Prozesse des β-Zerfalls näher betrachten und die Frage nach der Wahrscheinlichkeit der Elektronenemission unstabiler Kerne untersuchen. Wie mehrmals von Bohr (18) betont wurde, trifft man auf sehr große prinzipielle Schwierigkeiten beim Versuch, ein Elektron in einem so kleinen Gebiet wie dem Atomkern zu lokalisieren. Die Schwierigkeit besteht darin, daß die Grenzen für die Anwendung der Diracschen relativistischen Wellenmechanik durch die kritische Länge:

$$\Lambda = \frac{h}{2\pi mc} = 3 \cdot 10^{-11} \text{ cm} \qquad (9)$$

gegeben sind, die etwa 30mal größer ist als der Kernradius. Die Schwierigkeiten, ein Elektron in den Kern zu bringen, sind also von derselben Art wie die, die man in der Atomtheorie trifft beim Versuch, eine Lichtquantenemission so aufzufassen, als ob das Lichtquant vor der Emission im Atom als selbständige Einheit existierte. Die natürliche Folgerung dieser Analogie ist ein Versuch, die β-Emission in der Weise zu betrachten, als ob das emittierte Elektron in dem durch (9) definierten Gebiet um den Kern, als Resultat einer Neutron → Proton-Umwandlung, entsteht. Der Versuch, den β-Zerfall von diesem Standpunkt aus zu betrachten, wurde zuerst von G. Beck (19) gemacht, und neulich von Fermi (20) in einer konsequenten Theorie, die in guter Übereinstimmung mit der Erfahrung, steht, entwickelt.

Nach Heisenberg werden wir Neutron und Proton als zwei verschiedene mögliche Quantenzustände eines schweren Teilchens betrachten, die durch eine innere Koordinate ϱ bestimmt sind. Wir nehmen an, daß für $\varrho = +1$ unser Teilchen ein Neutron sei, bei $\varrho = -1$ dagegen ein Proton. Der Übergang unseres schweren Teilchens von einem Quantenzustand in den anderen wird mit Emission eines (negativen oder positiven) Elektrons und eines Neutrinos verbunden sein.

Nimmt man an, daß, wie oben erwähnt, auch negative Protonen im Kern existieren können, so hat man zwei Möglichkeiten für β-Emission: Neutron → pos. Proton oder neg. Proton → Neutron; das würde z. B. die Vier-β-Gabelung zwischen UX_1 und U_2 erklären. Dann muß auch die innere Koordinate ϱ drei Werte annehmen können. Da aber, der Symmetrie wegen, die beiden Prozesse ganz analog vorkommen müssen, werden wir hier nur mit der zweiwertigen Koordinate $\varrho = \pm 1$ operieren.

Der Übergang vom Neutronzustand in den Protonzustand und umgekehrt wird nach Fermi durch zwei Operatoren

$$Q = \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{vmatrix} \quad \text{und} \quad Q^* = \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} \tag{10}$$

beschrieben, die auf die ϱ enthaltende Hamiltonsche Funktion der schweren Teilchen wirken. Wenn bei einer solchen Umwandlung ein durch die Wellenfunktion u_a beschriebenes Neutron in ein durch die Funktion v_a beschriebenes Proton übergeht, so ist die Bedingung für die spontane β^--Emission:

$$\Delta E > (m + \mu)\, c^2, \tag{11}$$

wo ΔE der Energieunterschied zwischen den zwei obengenannten Zuständen ist, und m und μ die Massen von Elektron und Neutrino darstellen. Eine ähnliche Bedingung schreibt man für die Möglichkeit der spontanen β^+-Emission auf.

Die Hamiltonsche Funktion unseres Problems ist aus drei Gliedern zusammengesetzt, die der Energie von schweren Teilchen, leichten Teilchen und der Wechselwirkungsenergie zwischen beiden entsprechen. Für die schweren Teilchen haben wir:

$$H_1 = \frac{1 + \varrho}{2} N + \frac{1 - \varrho}{2} P, \tag{12}$$

wo N und P die Energieoperatoren für ein Neutron und ein Proton sind. Mit $\varrho = +1$ gibt Gl. (12): $H_1 = N$ und mit $\varrho = -1$: $H_1 = P$. Der Übergang vom einen Wert zum anderen entsteht durch die Anwendung der Operatoren Q und Q^* auf H_1. Für die leichten Teilchen schreibt man:

$$H_2 = \sum_s a_s e_s + \sum_\sigma b_\sigma n_\sigma, \tag{13}$$

wo die Größen e_s und n_σ die Energieoperatoren für verschiedene Quantenzustände der leichten Teilchen (Elektronen und Neutrinos) sind, und a_s und b_σ die zugehörigen Besetzungszahlen. Wegen des Pauli-Prinzips, das auch fürs Neutrino (der Verwandtschaft wegen) gelten dürfte, müssen wir annehmen, daß a_s und b_σ nur zweier Werte 0 und 1 fähig sind. Die Quantenzustände sind, für Elektronen, die verschiedenen stationären Zustände ψ_s im Zentral-Coulomb-Feld (mit Einführung der Abschirmung), für die Neutrinos einfach die ebenen Wellen φ_σ.

Über die Kräfte, die zwischen schweren und leichten Teilchen wirken und die Umwandlungsprozesse eigentlich verursachen, macht Fermi die sehr naheliegende Annahme, daß diese Kräfte nur in sehr kleinen Abständen wirken. In diesem Fall ist der einfachste Ausdruck für die Wechselwirkungsenergie:

$$H_3 = g \left\{ Q\psi(x, y \ldots)\, \varphi(x, y \ldots) + Q^*\psi^*(x, y \ldots)\, \varphi(x, y \ldots) \right\}, \tag{14}$$

wo die Wellenfunktionen von Elektron und Neutrino an der Stelle der schweren Teilchen (mit Koordinaten $x, y \ldots$) genommen werden.

Der Koeffizient g, der die Dimension $L^5 M T^{-2}$ hat, ist eine neue Konstante, die für β-Zerfallsprozesse maßgebend ist[1]).

Mit diesen Annahmen über die Wechselwirkung kommt Fermi nach sehr langen und komplizierten Rechnungen, zu Formeln, die die Energieverteilung in kontinuierlichen β-Spektren und die Zerfallskonstante als Funktion der Zerfallsenergie und Atomnummer liefern. Die theoretische Energieverteilung ist in guter Übereinstimmung mit den beobachteten β-Spektren, und es lassen sich gewisse Schlüsse über die Neutrinomasse ziehen. Das Verhalten der Verteilungskurve bei der oberen Grenze muß nämlich stark von der Neutrinomasse abhängen: ist $\mu \geqq m$, so hat man hier ziemlich steilen Abfall, für $\mu \ll m$ wird dagegen die Kurve langsam zu Null gehen. Die experimentelle Tatsache, daß die β-Spektren eben die zweite Form an der oberen Grenze haben, führt Fermi zum Schluß, daß die Neutrinomasse sehr viel kleiner als Elektronenmasse und, vielleicht, gleich Null ist.

Für die Zerfallskonstante λ bekommt Fermi (für $Z \sim 82$) den Ausdruck:

$$\lambda = 1{,}75 \cdot 10^{-95}\, g^2 F(\eta_0) \left| \int u_n v_m^* d\omega \right|^2, \tag{15}$$

wo

$$\eta_0 = \frac{\beta}{\sqrt{1 - \beta^2}}\,; \quad \left(\beta = \frac{v_{\max}}{c}\right)$$

ist und die Funktion F die Form hat:

$$F(\eta_0) = \frac{2}{3} \left| \sqrt{1 + \eta_0^2} - \frac{2}{3} + \frac{\eta_0^4}{12} - \frac{\eta_0^2}{3} + 0{,}355 \right| - \frac{\eta_0}{4} - \frac{\eta_0^3}{12} + \frac{\eta_0^5}{30} + \frac{\sqrt{1 + \eta^2}}{4} \lg\left(\eta_0 + \sqrt{1 + \eta_0^2}\right) \Bigg|. \tag{15'}$$

Bemerkenswert ist, daß das Matrixelement $\int u v^* d\omega$ in der Formel (15) als ein unabhängiger Faktor vorkommt, weil die de-Broglieschen Wellenlängen von Elektronen und Neutrinos viel größer sind als der Kernradius (d. h. als Wellenlänge des Neutrons und Protons).

Aus der Formel (15) können wir sofort interessante Schlüsse über das Auswahlprinzip für β-Umwandlungen ziehen. Es ist einfach, zu

[1]) In der weiteren Entwicklung der Theorie muß man g durch die anderen Weltkonstanten ausdrücken können.

sehen, daß das Matrixelement $\int u v^* d\omega$ von Null verschieden (und von der Größenordnung 1) wird nur für die Umwandlungen, bei welchen das zerfallende Neutron und das resultierende Proton dieselben Drehimpulse haben oder, mit anderen Worten, wenn bei β-Zerfall der Kernspin sich nicht ändert ($i = i'$). Wenn aber Spinänderung vorhanden ist ($i \neq i'$), verschwindet das Matrixelement und unsere Formel (15) gibt $\lambda = 0$. Das muß man allerdings nicht wörtlich verstehen, weil der Ausdruck (15) nur ein angenäherter ist, und in Wirklichkeit wird die Zerfallskonstante klein, aber doch von Null verschieden sein. Dafür werden zwei Faktoren sorgen, die in der Ableitung von Formel (15) vernachlässigt sind. Erstens ist die Wellenlänge des Elektrons nicht unendlich groß, verglichen mit dem Kernradius, was zu einer geringen Übergangswahrscheinlichkeit führt. In Analogie mit optischen Erscheinungen kann man erwarten, daß die Zerfallskonstante nur um den Faktor $\left(\frac{\Lambda}{r_0}\right)^{2|\Delta i|} \sim 100$ (für $\Delta i = 1$) reduziert wird. Zweitens wird das in Formel (15) vernachlässigte relativistische Glied in der Hamiltonschen Funktion für schwere Teilchen auch den Faktor $\left(\frac{c}{v}\right)^{2|\Delta i|} \sim \frac{1}{100}$ (für $\Delta i = 1$) geben. Man wird also erwarten, daß die verbotenen Übergänge etwa 100mal kleinere (oder noch geringere) Wahrscheinlichkeit haben als die erlaubten Übergänge mit derselben Energie.

In Fig. 5 sind die Logarithmen von λ für verschiedene β-aktive Körper als Funktionen vom Logarithmus der maximalen β-Teilchenenergie (nach Messungen von Sergant) aufgetragen. Wir sehen, daß die radioaktiven Kerne sich ziemlich scharf in zwei Klassen teilen, derart, daß die Zerfallskonstanten für die zweite Klasse etwa 100mal kleiner sind als für die erste. Wir haben also die β-Umwandlungen, die zur oberen Kurve gehören, als erlaubte Übergänge zu betrachten, und die anderen als verbotene (mit Spinunterschied ± 1).

Wünscht man die Fermische Zerfallsformel (15) mit der Erfahrung in Übereinstimmung zu bringen, so muß man der Konstanten g einen bestimmten Wert:

$$g = 4 \cdot 10^{-50} \text{ erg cm}^3 \qquad (16)$$

geben. In der Fig. 5 ist zu sehen, daß mit diesem Wert von g die theoretischen Kurven die Verteilung der experimentellen Punkte ziemlich gut wiedergeben.

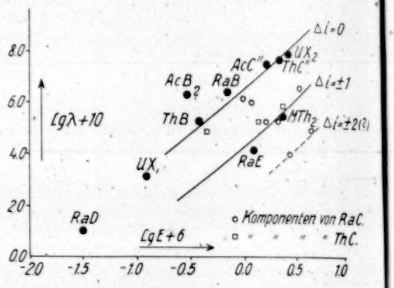

Fig. 5.

Es ist von Gamow (21) gezeigt worden, daß die Anwendung der oben besprochenen Auswahlregel für den β-Zerfall eine große Hilfe sein kann bei der Klassifikation von verschiedenen angeregten Niveaus in radioaktiven Kernen. Nach Mott und Ellis (22) muß man annehmen, daß die beobachteten kontinuierlichen β-Spektren aus verschiedenen (auch kontinuierlichen) Komponenten zusammengesetzt sind, die zur Anregung von verschiedenen Kernniveaus gehören. Für einige β-Spektren, für welche das Niveauschema des resultierenden Kernes bekannt ist, können wir die Zerlegung des beobachteten β-Spektrums in einzelne Komponenten durchführen, indem wir annehmen, daß die relativen Intensitäten der verschiedenen β-Komponenten der Anregungshäufigkeit der zugehörigen Kernniveaus proportional sind. Z. B. für *RaC'*, das durch β-Zerfall von *RaC* entsteht, gibt Rutherford (23) für das wichtigste angeregte Niveau folgende Werte:

β-Komponente	Anregungsenergie $\times 10^6$ e. V.	Anregungshäufigkeit P Proz.	Obere Energiegrenze der β-Komponente $\times 10^6$ e. V.	Zerfallswahrscheinlichkeit sec^{-1}
β_0	0,00	$\leq 0{,}01$	3,76	$\leq 10^{-7}$
β_1	0,61	$\leq 0{,}65$	3,15	$\leq 3{,}39 \cdot 10^{-4}$
β_2	1,67	$\leq 0{,}065$	2,09	$\leq 3{,}31 \cdot 10^{-5}$
β_3	2,14	$\leq 0{,}065$	1,62	$\leq 3{,}31 \cdot 10^{-5}$
β_4	2,70	$\leq 0{,}14$	0,86	$\leq 7{,}24 \cdot 10^{-5}$
β_5	2,88	$\leq 0{,}21$	0,88	$\leq 1{,}07 \cdot 10^{-4}$

In den zwei letzten Kolonnen sind die berechneten oberen Energiegrenzen und partiellen Zerfallskonstanten für verschiedene β-Komponenten angegeben.

Aus Fig. 5, in der die verschiedenen β-Komponenten von *RaC*-Spektren durch kleine Kreise dargestellt sind, kann man sehen, daß β_4 und β_5 zu den erlaubten Übergängen ($i = i'$) gehören, dagegen β_1, β_2, β_3 zu verbotenen (wahrscheinlich $i = i' \pm 1$). Die Tatsache, daß der Punkt für β_0 ganz niedrig liegt, zeigt anscheinend, daß dieser Übergang einem ziemlich großen Spinunterschied ($i = i \pm 2$ oder noch mehr) entspricht. Ähnliche Resultate kann man auch für andere β-zerfallende Körper bekommen, welche starke γ-Spektren besitzen.

Die andere Tatsache, die uns die Kenntnis des Kernspins geben kann, ist die von Rosenblum entdeckte Feinstruktur der α-Strahlen. Es ist von Gamow (24) gezeigt worden, daß die intensive Feinstruktur in α-Spektren, Spinunterschied zwischen zerfallendem und resultierendem Kern bedeutet. Daraus folgt z. B., daß die Kerne *RaTh*, *ThX*, *ThEm*, *ThA*, *ThB*, welche ineinander durch „normalen" α-Zerfall übergehen, denselben Spin (wahrscheinlich Null) haben; dagegen müssen wir, wegen der intensiven Feinstruktur bei *ThC*-α-Strahlen, die Normalzustände von *ThC* und *ThC''* mit verschiedenem Spin belegen.

Wir werden hier ein Beispiel geben, wie so eine Analyse regelmäßig für die ganze Reihe von radioaktiven Kernen durchgeführt werden kann. Wir wählen dazu die Gabelungsstelle der *Th*-Familie, für welche die experimentellen Daten am vollständigsten sind. Das Zerfallsschema ist in Fig. 6 wiedergegeben. Wie oben gesagt ist, kann man mit großer Wahrscheinlichkeit annehmen, daß der Spin im Normalzustand des *ThB*-Kernes gleich Null ist.

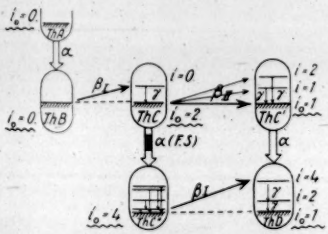

Fig. 6.

Die β-Umwandlung, welche von *ThB* nach *ThC* führt, gehört zur erlaubten Klasse ($\Delta i = 0$), aber sie ist keine Umwandlung zwischen Normalzuständen. Es ist nämlich bekannt, daß diese Umwandlung von einer sehr intensiven Quadrupol γ-Linie von $0{,}237 \cdot 10^6$ e.V. begleitet (25) wird. Die Zahl der sekundären Elektronen, welche bei dieser γ-Strahlung aus der *K*-Schale des zerfallenden Atoms herausgeworfen werden, beträgt etwa 0,25 pro Zerfall. Nimmt man an, daß diese γ-Strahlung zu einem Dipolübergang gehört, so muß nach der Formel von Mott und Taylor (26) die Zahl der primären γ-Quanten etwa 9 pro Zerfall sein, was natürlich unmöglich ist. Nehmen wir aber an, daß es sich hier um einen Quadrapolübergang handelt, so bekommen wir ein γ-Quant pro Zerfall. In dieser Weise kommen wir zu dem Schluß, daß bei β-Zerfall von *ThB* immer das Niveau $0{,}237 \cdot 10^6$ e.V. des *ThC*-Kernes angeregt wird und, da dieser Übergang erlaubt ist, daß der *ThC*-Kern in diesem angeregten Zustand den Spin Null besitzt. Da aber der Übergang nach dem Grundniveau zu Quadrupol-γ-Ausstrahlung Anlaß gibt, muß der Normalzustand des *ThC*-Kernes den Spin 2 haben.

Der β-Zerfall von *ThC*, der zu dem Normalzustand von *ThC'* führt, entspricht der zweiten Sergantschen Kurve ($\Delta i = \pm 1$), also müssen wir dem Grundzustand von *ThC'* den Spin 1 oder 3 zuschreiben.

Denselben Spin müssen wir auch dem *ThD*-Kern geben, weil die α-Umwandlung $ThC' \rightarrow ThD$ keine Feinstruktur der α-Strahlen zeigt. Bei α-Zerfall von *ThC* entsteht *ThC''* und, da diese α-Strahlung sehr intensive Feinstrukturkomponenten besitzt, die anscheinend $\Delta i = 2$ entsprechen, wird der Spin vom Normalzustand des *ThC''* 0 oder 4.

Nun ist der β-Übergang zwischen Normalzuständen von *ThC''* und *ThD* gar nicht beobachtet worden (es entsteht immer der angeregte Zustand von *ThD* mit einem Energieüberschuß von $3{,}2 \cdot 10^6$ e.V.), und man kann mit Sicherheit sagen, daß hier der Spinunterschied größer als 1 ist. Also haben wir zwei Möglichkeiten: entweder $i_0(ThC'') = 0$; $i_0(ThD) = 3$ oder $i_0(ThC'') = 4$; $i_0(ThD) = 1$. Die genaueren Betrachtungen zeigen aber, daß die zweite Möglichkeit wahrscheinlicher ist.

Wir sehen also, daß die Fermische Theorie uns erlaubt, die verschiedenen Einzelheiten des β-Zerfalls ziemlich gut zu beschreiben. Doch ist damit das Geheimnis des β-Zerfalls noch bei weitem nicht vollständig durchschaut und nur in den Ausdruck (14) für die Wechselwirkungsenergie zwischen schweren und leichten Teilchen, oder genauer, in die Konstante g hineingesteckt. Die großen Halbwertzeiten des β-Zerfalls sind mit der Kleinheit von g „erklärt" worden, aber man darf nicht vergessen, daß diese Konstante speziell so gewählt war, um die Formel (15) mit der Erfahrung in Übereinstimmung zu bringen. Um die Größenordnung der wirkenden Kräfte abzuschätzen, müssen wir zuerst eine Hypothese darüber machen, in welchen Abständen diese

Kräfte wirken, weil ja die Konstante g die Dimension erg × cm³ hat. Nehmen wir an, daß die Kräfte in Kernabständen wirken (10^{-12} cm), so bekommen wir für die mittlere Wechselwirkungsenergie:

$$\frac{4{,}5 \cdot 10^{-50}}{(10^{-12})^3} = 5 \cdot 10^{-14}\,\text{erg} = 0{,}03\,\text{e.V.}$$

was merkwürdig erscheint. Daraus müssen wir schließen, daß der Wirkungsradius der Kräfte, die die β-Umwandlung verursachen, viel kleiner und etwa von der Größenordnung des Protonenradius ist. Die Frage nach der Natur dieser Kräfte ist gar nicht klar, und sicher besteht ein enger Zusammenhang mit der Frage nach der Struktur der Elementarteilchen.

Literaturverzeichnis.

1) Gurney, Proc. Roy. Soc. (A) **109**, 540, 1925; **112**, 380, 1926.
2) Sergant, Proc. Roy. Soc. (A) **139**, 659, 1933.
3) Ellis u. Wooster, Proc. Roy. Soc. (A) **117**, 109, 1927; Meitner u. Orthman, Zeitschr. f. Phys. **60**, 143, 1930.
4) Bohr, Convegno di Fisica Nucleare i Roma (1931).
5) Landau (nichtgedruckte Behauptungen).
6) Ellis u. Mott, Proc. Roy. Soc. (A) **141**, 502, 1933.
7) Pauli (nichtgedruckter Vorschlag).
8) Bohr, Report to the Solvay Congress 1933.
9) Heisenberg, Zeitschr. f. Phys. **77**, 1, **78**, 156, 1932, **80**, 587, 1933; Report to the Solvay Congress 1933.
10) Gamow, Phys. Rev. (im Druck).
11) Gamow, Zeitschr. f. Phys. (im Druck).
12) Hevesy u. Pahl, Nature **130**, 846; **131**, 434, 1932; Curie u. Joliot, C. R. **198**, 360, 1934.
13) Mühlhoff, Ann. d. Phys. **7**, 205, 1930.
14) Curie u. Joliot, C. R. **198**, 254, 1934.
15) Cockcroft, Nature **133**, 328, 1934.
16) Neddermeyer u. Andersen, Phys. Rev. **45**, 498, 1934.
17) Fermi, Nature **133**, 757, 1934.
18) Bohr, l. c.
19) Beck, Zeitschr. f. Phys. **86**, 105, 1933.
20) Fermi, Zeitschr. f. Phys. **88**, 161, 1934.
21) Gamow, Proc. Roy. Soc. (im Druck).
22) Ellis u. Mott, l. c.
23) Rutherford, Lewis u. Bowden, Proc. Roy. Soc. (A) **142**, 347, 1933.
24) Gamow, Nature **131**, 618, 1933; Gamow u. Rosenblum, C. R. **197**, 1620, 1933.
25) Ellis u. Mott, Proc. Roy. Soc. (A) **139**, 360, 1933.
26) Taylor u. Mott, Proc. Roy. Soc. (A) **138**, 665, 1932.

Institut für Theoretische Physik Kopenhagen.

(Eingegangen 10. Mai 1934.)

BESPRECHUNGEN.

Arthur Haas, Kosmologische Probleme der Physik. 124 S. mit 6 Abb. Leipzig 1934. Akademische Verlagsgesellschaft m. b. H. RM 3.80.

Das Büchlein ist aus Wiener Vorlesungen des Verfassers hervorgegangen, der ja für seine Kunst ernster, „gemeinverständlicher" Darstellung bekannt ist. Im ersten und zweiten der acht Abschnitte lernen wir die heutigen Ansichten vom Bau des ganz großen Universums und seinem scheinbaren Sich-Ausdehnen kennen, Gegenüber den landläufigen Darstellungen wird hier die Lundmarck-Bernheimersche Theorie mehr betont (unsere Milchstraße ein System kleinerer Spiralnebel usw.). Vielleicht wäre hier und da eine Andeutung am Platze gewesen, wie sicher, besser unsicher so manche Zahl heute noch ist. Rein nach dem Beobachtungsmaterial hin dürfte sich auf Grund neuester Arbeiten von Shapley und Hubble im gezeichneten Bilde bald manches ändern. Zu begrüßen ist, daß Haas an seine Theorie eines der Masse nach endlichen Universums erinnert, die bis jetzt noch nicht die nötige Beachtung erfahren hat.

Kritischer eingestellt ist schon das 2. Kapitel. Zu den mancherlei dort vorgebrachten Bedenken sei als Ergänzung noch ein Umstand betont. All unser Wissen über die Geschwindigkeiten der Nebelflecken erstreckt sich nämlich durch Beobachtungen in Arizona und Kalifornien nur auf einen Teil der Sphäre. Messungen etwa einer südafrikanischen Sternwarte könnten noch Überraschungen bringen. Man vergleiche dazu die gleichfalls bisher wenig beachteten Entwicklungen von H. D. Curtis im Handbuch der Astrophysik (Bd. V, 2. Teil, Anhang), eines der erfahrensten Nebelbeobachter. Weiter hat Shapley bereits eine Asymmetrie in der Nebelverteilung nördlich und südlich der Milchstraße festgestellt, und sollte sich ein gleiches für die Radialgeschwindigkeiten ergeben, so müßte man mit Curtis ganz wesentliche Teile der Ansichten vom Expanding Universe revidieren. Interessant ist auch die Festigkeit des „Glaubens" — mehr ist es doch nicht — an das Zutreffen der Hubbleschen Distanz-Geschwindigkeitsbeziehung, wenn man neuerdings einen aus dem allgemeinen Verhalten herausfallenden Nebel nur deswegen als isoliertes Vordergrundobjekt betrachtet.

Das 3. Kapitel setzt in sehr schöner Art die Fragen nach der langen und kurzen Zeitskala der Sternentwicklung auseinander (10^{12} gegen 10^{9} Jahre). Die Entscheidung fällt zugunsten der kurzen Skala in Übereinstimmung mit vielen beobachtenden Astronomen, die den theoretischen Spekulationen gutteils abwartend gegenüberstanden und noch stehen.

Die Strahlung der Sterne, 4. Kapitel, gibt Anlaß zu einem hübschen Spiel mit Größenordnungen, Zehnerpotenzen, wie es ja der heutigen Physik und zum Teil auch Astrophysik nicht ungewohnt ist. Allerdings habe ich mehrfache „?" in das Besprechungsexemplar mir gemacht; vor allem bezüglich der kosmischen Strahlung, deren Natur und Herkunft ja von Jahr zu Jahr eigentlich immer rätselhafter wird.

Mit dem 5. Kapitel — fast gerade der Hälfte des Buches — schließt der „gemeinverständliche"

Teil. Wir erhalten hier eine kurze Übersicht über die – an die Namen Einstein, de Sitter, Friedman, Lemaître und Milne geknüpften – Versuche, wie man das gesamte Kosmos beschreiben kann, ja nicht etwa muß.

Die beiden nächsten Abschnitte geben die Theorien von Einstein und Friedman-Lemaître in mathematischer Form, doch so vereinfacht, daß eigentliche höhere Fragen (Tensoranalysis, Dreiindizessymbole u. dgl.) nach Möglichkeit vermieden werden. Dieses alles ist in einen kurzen Anhang verwiesen. Ob und inwieweit man heute noch sagen darf (S. 69ff.), das Einsteinsche Gravitationsgesetz sei empirisch gut bestätigt, ist doch sehr fraglich, und zwar für alle verschiedenartigen Prüfverfahren, nachdem noch vor wenigen Jahren die Dinge für die Relativitätstheorie scheinbar günstiger lagen.

Gerade angesichts der Klarheit der Haasschen Darstellung ist es reizvoll (etwa durch Unterstreichen der fraglichen Sätze), sich einmal zu vergegenwärtigen, wie viele Wenn und Aber, wie viele oft kühne Annahmen in den Kosmologien von Einstein, Friedman usw. stecken. Soweit ich sehe, ist das Weltbild von Milne hiervon freier, und gerade dieses ist in unserem Büchlein gegenüber den anderen leider sehr zu kurz gekommen.

Diese Spekulationen werden fortgesetzt oder besser finden ihre Krönung im 8. Kapitel, „Die kosmischen Konstanten". Hier bringt Haas Eddingtons und seine eigenen Überlegungen, wie wohl elektrisches Elementarquantum, Gravitationskonstante, Protonen- und Elektronenmasse, Anzahl der Protonen und Elektronen im gesamten Universum, Krümmungsradius der Welt in ihrem Gleichgewichtszustande usw., wie alle diese Konstanten einfach untereinander zusammenhängen könnten. So elegant die Darstellung auch hier ist, so wenig wird man (als experimentell eingestellter Leser) das Gefühl nicht los, als ob hier den gutteils ja noch so unsicheren Zahlengrundlagen zu viel zugemutet wird, daß die Grenze, wo Zahlenspielerei beginnt, sehr nahe ist und auch die Gefahr von Kreisschlüssen droht.

Das Büchlein hat einfache Ausstattung und damit mäßigen Preis. Wie andere ähnliche hat es den ephemeren Wert einer Darstellung der heutigen Ansichten. Wenn, was ja durchaus möglich, in wenigen Jahren die Höchstwertung der Einsteinschen Theorie in der Physik vorüber sein wird, würden wir uns freuen, dann wieder eine didaktisch so geschickte Zusammenfassung zu bekommen. Der Leser aber mag die etwas lange Besprechung entschuldigen, bot sie doch einem beobachtenden Astronomen Gelegenheit, kurz auf Schwächen der heutigen Spekulationen hinzuweisen, was ihm doch einmal nötig erschien. J. Hopmann.

Handbuch der Experimental-Physik. Band XII. Elektrochemie. Herausgegeben von K. Fajans und E. Schwartz. 2. Teil: Elektromotorische Kräfte von C. Drucker und C. Tubandt. Polarisationserscheinungen von R. Kremann. Elektrochemie der Phasengrenzen von E. Lange und F. O. Koenig. Leipzig 1933. Akademische Verlagsgesellschaft m. b. H. RM 38.–, geb. RM 40.–.

Im Rahmen des Handbuchs für Experimentalphysik ist die Elektrochemie in zwei Teilbänden behandelt worden, wovon der erste (Leitfähigkeit und Überführungszahlen) bereits früher besprochen wurde (Physik. Zeitschr. **34**, 95, 1933). Der zweite Teilband über elektromotorische Kräfte liegt jetzt vor, so daß die Darstellung der Elektrochemie vollständig ist.

In den beiden ersten Beiträgen werden elektromotorische Kräfte von galvanischen Ketten ohne Stromfluß behandelt. Eine allgemeine theoretische Grundlage ist durch die Gleichsetzung von elektrischer und chemischer (z. B. osmotischer) Arbeit gegeben. Ketten speziell mit flüssigen Elektrolyten sind von C. Drucker behandelt worden. Die klassischen Grundlagen in historischer Entwicklung werden sehr ausführlich behandelt. Im Rahmen des Handbuchs wäre wohl eine knappere Darstellung wünschenswert gewesen. Dieser Gedanke stellt sich um so mehr ein, als wichtige aktuelle Probleme scheinbar nicht ausreichend behandelt worden sind, die in einem Handbuch für Experimentalphysik gesucht werden könnten. So findet man zwar einen Hinweis auf die Schwierigkeiten einer Bestimmung der Potentialdifferenzen praktischer Bezugselektroden gegenüber der Normalwasserstoffelektrode, sucht aber vergeblich nach kritisch ausgewählten Zahlenwerten oder Literaturzitaten. Die Anweisung zur Ermittlung des Normalpotentials von Elektrodenvorgängen auf S. 76 benutzt Näherungsannahmen, aber es wäre auch Angabe eines theoretisch begründeten Extrapolationsverfahrens oder ein Hinweis darauf wünschenswert. Gleiches gilt auch für die experimentelle Bestimmung von Aktivitäten. Für die „moderne" Elektrolyttheorie (Anführungszeichen nach dem Text des Buches) wird im wesentlichen auf den ersten Teilband verwiesen. Der Wunsch nach einer Tabelle von Normalpotentialen mit Literaturhinweis auf die tatsächlich zugrunde liegenden Messungen und deren kritische Bearbeitung mag wohl in diesem Rahmen als unbescheiden gelten. Im Gegensatz zu anderen Beiträgen werden die Meßmethoden nur in den allereinfachsten Grundlagen besprochen und dafür auf Spezialliteratur verwiesen. – Im Vorwort der Herausgeber wird bemerkt, daß in bezug auf die Behandlung dieses Abschnittes Übereinstimmung zwischen Herausgebern und Autor sich nicht in allen Punkten erzielen ließ.

Der nachfolgende Artikel von C. Tubandt enthält eine knappe, übersichtliche und erschöpfende Darstellung der elektromotorischen Kräfte von galvanischen Ketten mit festen Elektrolyten, deren Messung und Auswertung besonders von H. Reinhold im Laboratorium des Verfassers bearbeitet wurde.

R. Kremann behandelt Polarisationserscheinungen an galvanischen Elementen bzw. an Einzelelektroden unter Stromfluß sowie die Erscheinungen der Passivität. Der Leser erhält in referierender Darstellung einen guten Überblick über die bisherigen Arbeiten. Man kann bedauern, daß der Verfasser von sich aus keine umfassende kritische Sichtung der vielfach sehr verschiedenen Meinungen vorgenommen hat, da hiervon für die weitere Entwicklung wertvolle Anregungen ausgehen könnten.

Eine Leistung besonderer Art durch kritische Stellungnahme und wegweisende Darstellung ist der letzte Abschnitt über Elektrochemie der Phasengrenzen. E. Lange gibt eine Darstellung der Potentialsprünge an den einzelnen Phasengrenzen einer galvanischen Kette (sog. Galvanipotentiale) mit Hilfe der Elektrothermodynamik,

die in ihren Grundlagen u. a. schon von van Laar verwendet worden ist und die im XIII. Bande dieses Handbuches von W. Schottky und H. Rothe nach allgemeiner Begründung zur Klarstellung der Vorgänge bei der Elektronenemission benutzt wurde. Im engen Zusammenhang hiermit steht das Kapitel über elektrolytische Peltierwärmen (E. Lange unter Mitarbeit von J. Monheim). Weiterhin gibt E. Lange unter Mitarbeit von M. Andauer einen Bericht über sog. Voltapotentiale, d. h. Potentialdifferenzen zwischen den äußeren Oberflächen benachbarter Metalle und Lösungen, sowie ferner einen Bericht über Ionenadsorption an der Grenzfläche Elektrolyt-Metall (speziell *Hg*-Tropfelektrode). In den beiden letzten Kapiteln werden die Fragen der Elektrokapillarkurve und die elektrokinetischen Erscheinungen von F. O. Koenig behandelt. Aus der Gesamtdarstellung sei nur ein einzelner Punkt hervorgehoben. Eine prinzipielle Möglichkeit zur experimentellen Bestimmung der Potentialdifferenz zwischen dem Inneren benachbarter Phasen ist zur Zeit allgemein nicht angebbar, sondern auf Spezialfälle beschränkt. Insbesondere ist zur Zeit prinzipiell keine Methode angebbar, um den sog. absoluten Nullpunkt für Potentialdifferenzen zwischen Metallen und Lösungen festzulegen. Das gedankliche Operieren mit einem bestimmten elektrischen Potentiale im Inneren der einzelnen Phasen als Grundlage der Elektrothermodynamik erweist sich jedoch immer wieder als fruchtbar. Gleichartige Bestimmungsstücke verwandter Ketten treten schärfer hervor, und die Kombinatorik zu tatsächlich meßbaren Effekten wird wesentlich erleichtert.

Beide Teilbände der Elektrochemie enthalten wertvolle Grundlagen für weitere Forschungen, so daß deren Anschaffung wärmstens empfohlen werden kann. C. Wagner.

O. Hassel, Kristallchemie. VIII u. 114 S. Mit 8 Figuren. Dresden 1934. Th. Steinkopff. RM 9.—, geb. RM 10.—.

Mit großer Freude wird das Erscheinen dieses Buches von jedem, der sich für den Aufbau des festen Zustandes interessiert, begrüßt werden. Es ist erstaunlich, wie es O. Hassel gelungen ist, auf etwa 100 Seiten die vielen, für die gesamten Naturwissenschaften so wichtigen Ergebnisse der Kristallchemie zur Darstellung zu bringen. Besonders wertvoll ist das Buch durch die gewissenhafte Kritik des mitgeteilten Materials und das deutliche Herausstellen der wichtigsten Erkenntnisse. Klarer Stil und klare Disposition gestatten ein schnelles Orientieren über bestimmte Gebiete. Eingehende Literaturhinweise ermöglichen ein schnelles Eindringen in die neuesten Spezialarbeiten. Vom Inhalt sei kurz einiges angedeutet: Größe der Atome und Ionen — Polarisationserscheinungen — Isomorphie und Morphotropie — Paulingsche Regeln — Kristallchemie der einfachsten Verbindungen, der Silikate, der metallischen Phasen, der Molekularverbindungen — Rotationserscheinungen im Kristallgitter usw. (Es sei noch auf eine kleine Äußerlichkeit hingewiesen, die vielleicht bei der nächsten Auflage vermieden werden könnte: Die Minus-Zeichen (—) unterscheiden sich, insbesondere bei der Charakterisierung der negativen Ladung von Anionen, fast gar nicht von Plus-Zeichen, welcher Umstand gelegentlich etwas störend wirkt.)

Man muß dem Buch von O. Hassel weiteste Verbreitung wünschen. Laves.

Die Heräus-Vakuumschmelze, Hanau am Main 1923—1933. II und 434 Seiten. Hanau 1933. Verlag G. M. Albertis Hofbuchhandlung (Bruno Clauß). RM 4.20.

Das Buch ist keineswegs eine Reklameschrift, wie es bei oberflächlicher Betrachtung scheinen könnte, sondern ein wissenschaftliches Werk.

Im ersten Abschnitt wird ein Bericht über die Tätigkeit der Firma seit der Gründung gegeben, wobei in sehr anschaulicher Weise besonders auf die wissenschaftlichen Arbeiten der verschiedenen Laboratorien der Firma eingegangen wird. Den Physiker dürften vor allem die Berichte des physikalischen, des metallurgischen und des magnetischen Laboratoriums interessieren.

Der zweite Abschnitt bringt eine Reihe wertvoller wissenschaftlicher Abhandlungen, welche zu dem Arbeitsprogramm der Firma in enger Beziehung stehen. Ein großer Teil ist der Darstellung, der Untersuchung und den Eigenschaften der Beryllium-Legierungen gewidmet. In zahlreichen Fällen sind die wesentlichen Verbesserungen der Eigenschaften, die durch die Anwendung des Vakuumschmelzverfahrens bei der Darstellung von Legierungen erzielt werden, zu erkennen. Von besonderer Bedeutung erscheint dem Referenten eine Mitteilung über neue Legierungen für Federn mit kleinem Temperaturkoeffizienten des Elästizitätsmoduls.

Raummangel verbietet, näher auf die übrigen Arbeiten des Werkes einzugehen, welches eher den Titel verdient hätte: „Über Darstellung und Eigenschaften hochwertiger Legierungen".

Das Buch zeigt in aller Deutlichkeit, daß Fortschritte nur durch enges Zusammenarbeiten von Wissenschaft und Technik erzielt werden. Es kann bestens empfohlen werden. H. Carlsohn.

Nachrichten.

Ernannt: Der Präsident der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt in Berlin ord. Professor der Physik Dr. Johannes Stark zum Leiter der Notgemeinschaft der Deutschen Wissenschaft daselbst, der frühere ord. Professor für die physikalischen Grundlagen der Medizin an der Universität Frankfurt a. M. Dr. Friedrich Dessauer zum ord. Professor der Radiologie an der Universität Istanbul.

In den Ruhestand: Der Leiter der Universitäts-Sternwarte in La Plata (früher in Göttingen) Geh. Regierungsrat Dr. Johannes Hartmann, der a. o. Professor der physikalischen und Elektrochemie und der Gasanalyse an der Technischen Hochschule München Dr. Johann Hofer.

Gestorben: Der assist. Professor der anorganischen Chemie am Massachusetts Institute of Technology in Cambridge Dr. Henry W. Underwood jun., der ord. Professor für technische Elektrochemie am Polytechnischen Institut M. J. Kalinin in Leningrad Dr. P. P. Fedotiev, der ord. Professor der Physik an der Staatlichen Universität in Leningrad Orest D. Chwolson.

Für die Schriftleitung verantwortlich Prof. Dr. P. Debye in Leipzig. — Verlag von S. Hirzel in Leipzig.
Druck: Bibliographisches Institut AG., Leipzig.